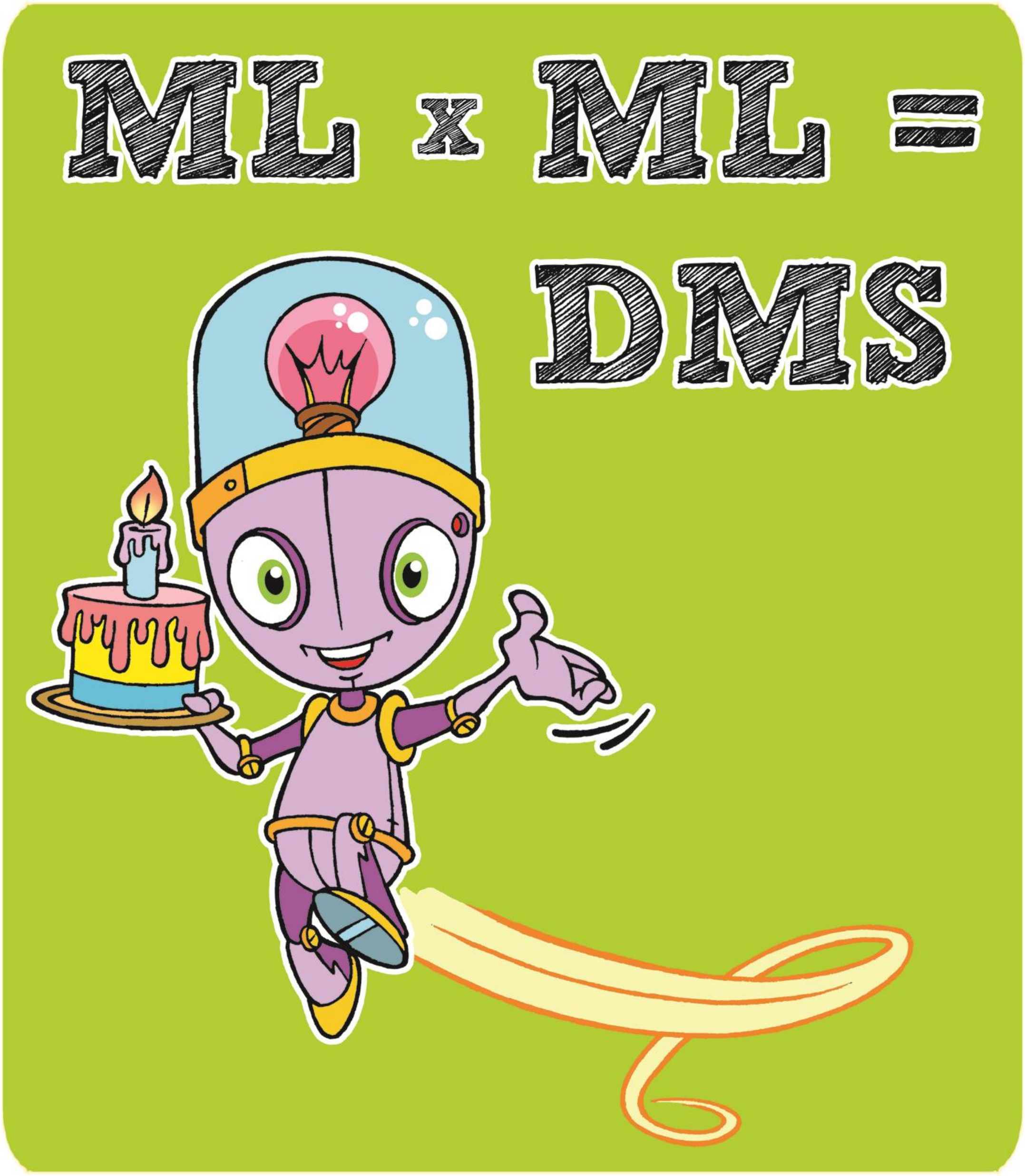
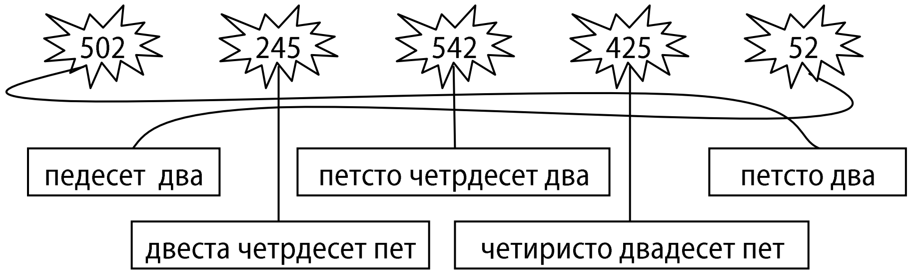
MATEMATИЧКИ ЛИСТ 2015/16. бр. L-1



РЕЗУЛТАТИ, УПУТСТВА ИЛИ РЕШЕЊА ЗАДАТАКА
ИЗ РУБРИКЕ ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

III разред

1.

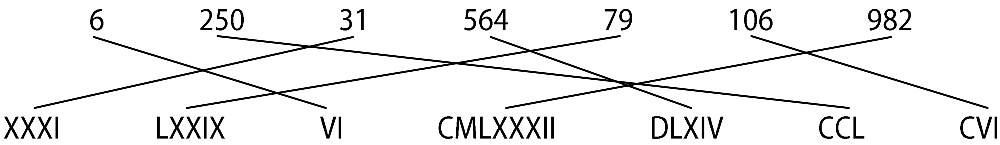


2. а) 117, 205, 325, 352, 582, 626, 785.
б) 1) Мањи од 350 су бројеви 117, 205 и 325. 2) Већи од 550 су бројеви 582, 626 и 785.

3. а) $200 + 400 = 600$; б) $200 + 70 = 270$; в) $630 + 20 = 650$;
г) $800 - 300 = 500$; д) $750 - 400 = 350$; ђ) $780 - 80 = 700$.

4. 1) б) 479; 2) г) 708.

5.



6. а) 359, 395, 539, 593, 935, 953; б) То су бројеви 593 и 935.
в) То је број 395, јер је $450 - 395 = 55 < 539 - 450 = 89$.

7.

a	200	520	360	70	100	250	410
$a + 4$	204	524	364	74	104	254	414
$a + 40$	240	560	400	110	140	290	450
$a + 400$	600	920	760	470	500	650	810
$1000 - a$	800	480	640	930	900	750	590

8. а) Уместо * могу да стоје цифре: а) 0, 1; б) 1, 2, 3, 4; в) 7, 8, 9; г) 5, 6, 7, 8, 9.

9. Број који испуњава сва три услова је број 726.

10. а) $250 + 750 = 1000$; б) $800 - 370 = 430$; в) $740 - 460 = 280$; г) $530 - 240 = 140 + 150$;
д) $624 + 56 + 120 = 959 - 159$; ђ) $450 + 127 + 236 = 963 - 150$.

11. 1) За 9 већи од броја LXXXVII (87) је број а) XCVI (96).
2) За 9 мањи од броја CMI (901) је број в) DCCCXCII (892).

12. Најмањи троцифрени број у коме се свака од цифара 0, 2, 4 појављује тачно једанпут је број 204, а највећи 420, те је њихов збир $204 + 420 = 624$. Највећег троцифреног броја чији је збир цифара 8 је 800, а најмањи 107, те је њихова разлика $800 - 107 = 693$. Дакле, већа је разлика највећег и најмањег троцифреног броја чији је збир цифара 8.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Бројеви до 1000. Поређење бројева до 1000.

1. (1) а) 72; б) 538; в) 904 [а) 27; б) 385; в) 409];
(2) 84 – (3) осамдесет четири; 219 – (2) двесто деветнаест
[53 – (1) педесет три; 718 – (3) седамсто осамнаест].

2. а) $805 > 580$; б) $628 < 682$; в) $399 < 401$ [а) $307 < 730$; б) $548 < 584$; в) $701 > 699$].

3. а) 815, 699, 506, 484, 450, 327, 281 [784, 650, 579, 526, 499, 309, 291];
б) Већи од 480 су бројеви 484, 506, 699 и 815 [Мањи од 520 су бројеви 291, 309 и 499].
в) Већи од 320 и мањи од 500 су бројеви 327, 450 и 484 [Већи од 500 и мањи од 670 су бројеви 526, 579 и 650].

4. Највећи непарни троцифрени број седме стотине је број 699, те је његов претходник број в) 698 [Највећи парни троцифрени број пете стотине је број 498, те је његов следбеник број б) 499.]

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Римски бројеви

1. (1) Тачан одговор је а) III [б) VII].
(2) Владин рођендан је у в) у новембру [Мијин рођендан је у а) у априлу].

2.

римским	V	XIV	XXVII	LXIII	XCVII	CXLII	DIX	CMXXXVIII
арапским	5	14	27	63	97	142	509	938

[

римским	X	VI	XXXVII	XLI	XCIV	CLXIII	DV	CMXXIX
арапским	10	6	37	41	94	163	505	929

]

3. Дати бројеви су 36, 73, 42, 95, 27, 81, 18 и 56. Највећи је број XCV (95), а најмањи 18 (XVIII).

4. а) Највећи број пете десетице је број 50 који се римским цифрама пише L (б)
[Најмањи број шесте десетице је број 51, а он се римским цифрама пише LI (в)].
б) Најмањи број шесте стотине је број 501, а он се римским цифрама пише DI (в).
[Највећи број пете стотине је број 500, а он се римским цифрама пише D (а)].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Сабирање и одузимање до 1000

1.

а) $240 + 3 = 243$; $320 + 40 = 360$; $462 + 137 = 599$; $130 + 510 = 640$;
б) $380 - 60 = 320$; $856 - 342 = 514$; $287 - 14 = 273$; $670 - 120 = 550$.
[а) $310 + 7 = 317$; $547 + 231 = 778$; $150 + 640 = 790$; $240 + 20 = 260$;
б) $360 - 20 = 340$; $580 - 130 = 450$; $769 - 354 = 415$; $375 - 12 = 363$.]

2. а) $373 > 365$ [$566 < 575$]; б) $427 < 462$ [$321 = 321$]; в) $785 = 785$ [$783 > 763$].

3. $1000 - (345 + 120 + 55) = 1000 - 520 = 480$. Тачан одговор је под б)
[$1000 - (435 + 145 + 60) = 1000 - 640 = 360$. Тачан одговор је под в)].

IV разред

1. а) (1) 32010, (2) 103008, (3) 2005009;   б) (1) двадесет пет хиљада седам, (2) сто седам хиљада петнаест, (3) милион сто педесет хиљада шесто седам.

2. $28350 < 200283 < 202038 < 208350 < 2000238$.

3. а) 500000;   б) 1104590;   в) 41210;   г) 9901.

4. $83729 = 8 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 9$; $904571 = 9 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 1$; $6185 = 6 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 5$; $284937 = 2 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 7$.

5. а) А = 0, $184961 > 184960$;   б) Б = 9, $9134512 > 8937695$;   в) В = 1, $2015 < 2016 < 2022$.

6. д) за 30198 $(15099 + 15100) - (15099 - 15098) = 30199 - 1 = 30198$.

7. г) Трећи сабирак треба смањити за 396.

8. б) Трећи сабирак треба смањити за 180.

9. а) 575950;   б) 2016.

10. а) 206.

11.

+	2222	445	222
1111	3333	**1556**	**1333**
7909	**10131**	8354	**8131**
7778	10000	**8223**	8000
8555	**10777**	9000	8777

12. $90169 > 90168 > 88548 > 78549$.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА – 15 минута
Записивање и упоређивање природних бројева

1. а) Две хиљаде сто седамдесет шест, четири милиона седам хиљада педесет девет.
[Три хиљаде двесто шездесет седам, пет милиона девет хиљада осамдесет три.]
б) 602703, 2001005 [103208, 3001009].

2. а) $30009 > 30008$;   б) $876543 < 934567$;   в) $731357 > 730357$.
[а) $40008 < 40009$;   б) $9012345 > 8123456$;   в) $950563 < 951563$.]

3. а) 765442;   б) 765532;   в) 766432;   г) 775432 [а) 234577;   б) 234667;   в) 235567;   г) 244567.]

4. а) 1998, 1999, 2000, 2001 [2999, 3000, 3001, 3002];
б) 30010, 30011, 30012, 30013 [20009, 20010, 20011, 20012].

ПРВИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. а) Осам хиљада седам и сто шест хиљада петнаест;   б) 3000205 и 12015;   в) 2016, две хиљаде шеснаест.

[а) Две хиљаде осам и сто три хиљаде двадесет пет; б) 8000502 и 10011; в) 2015, две хиљаде петнаест.]

2. а) $20015 > 2015$ [$2016 < 20016$]; б) $9845 < 89405$ [$62315 < 72235$];
в) $4567 < 4576$ [$8547 < 8574$]; г) $3 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 6 = 3976$;
д) $8547 < 8 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10 + 7$.

3. а) 26789; б) 30244; в) 20162, двадесет хиљада сто шездесет два.
[а) 38689; б) 40725; в) 30161, тридесет хиљада сто шездесет један.]

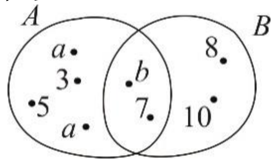
4. а) 45165; б) 97985; в) 302999, тристо две хиљаде деветсто деведесет девет.
[а) 37343; б) 97984; в) 101995, сто једна хиљада деветсто деведесет пет.]

5. $6002 - 799 = 5203$ [$7002 - 899 = 6103$].

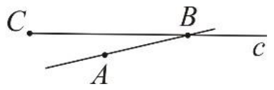
V разред

1. Тачан одговор је под в).

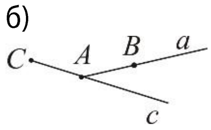
2. $A \cup B = \{3, 5, a, b, 7, 8, 10\}$, $A \cap B = \{b, 7\}$.



3. а)



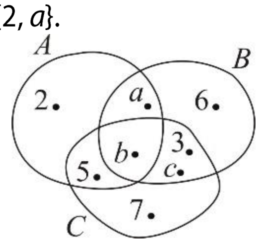
б)



4. 54.

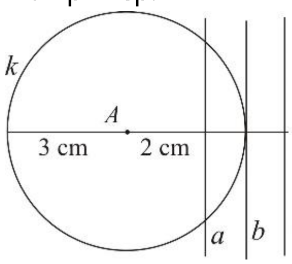
5. Тачан одговор је под в).

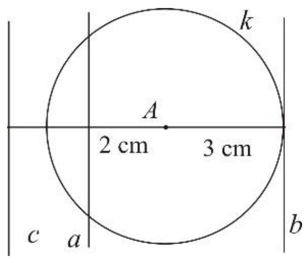
6. а) $(A \cap B) \setminus C = \{a\}$; б) $A \setminus (C \cap B) = \{2, a\}$.

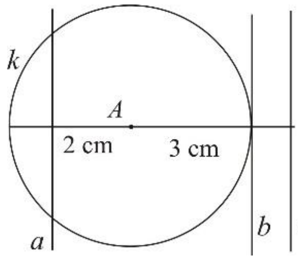


7. Има укупно 8 дужи.

8. Растојање између правих a и b је 1cm или 5cm, а растојање између правих b и c је 1cm или 7cm. На пример:

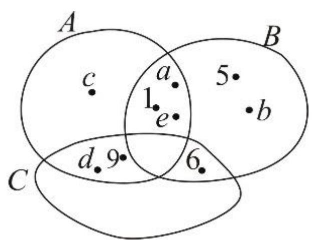




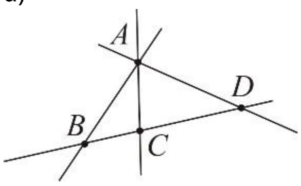


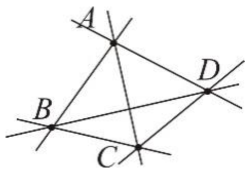
9. не, да, не, да, да.

10.

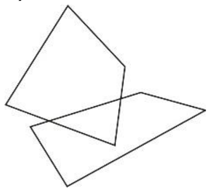


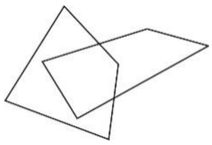
11. а) б)

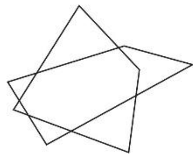




12. а) б) в)







КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. 625 [1663].

2. $A = D$ [$A = C$].

3. $A = \{2, a, 8, 5\}, B = \{8, 5\}$ [$A = \{8, 2, a, b\}, B = \{5, 7\}$].

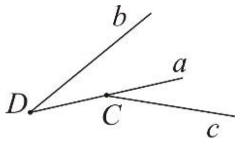
4. $E \cap F = \{1, b\}, E \cup F = \{1, 2, a, b, c\}$ и $F \setminus E = \{2, a\}$.
[$E \cap F = \{b\}, E \cup F = \{5, 3, a, b, c, d\}$ и $F \setminus E = \{3, c, d\}$]

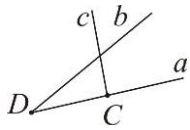
5. 52 члана плесног студија игра и фолклор и савремени плес [50 чланова игра фолклор, а 53 члана савремени плес].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. Нису тачна тврђења под б), в), г).

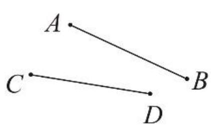
2. На пример:

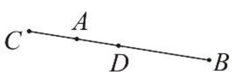


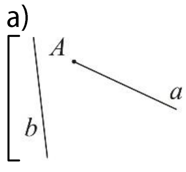


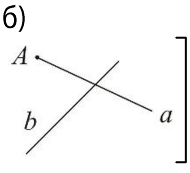
3. 7 [7].

4. На пример:
а) б) а) б)

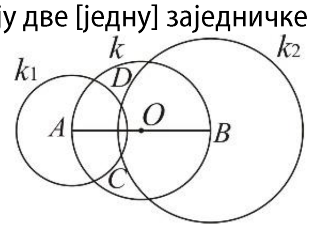


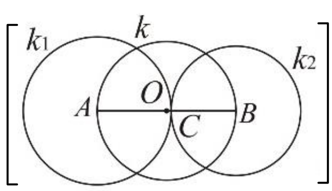






5. Кружнице и имају две [једну] заједничке тачке.





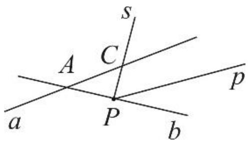
ПРВИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

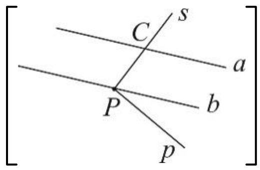
1. а) $(10240 : 256) - 35 = 5$;   б) $(454 - 274) \cdot 12 + 105 = 2265$.
[а) $(105 \cdot 25) + (305 - 100) = 2830$;   б) $190 - 1305 : 15 = 103$.]

2. $B = \{4, 5, 2, b\}$, $B = \{4, 5, 2, 8\}$, $B = \{4, 5, b, 8\}$ [$A = \{5, 4, a, 6\}$, $A = \{5, 4, a, 7\}$, $A = \{5, 6, a, 7\}$].

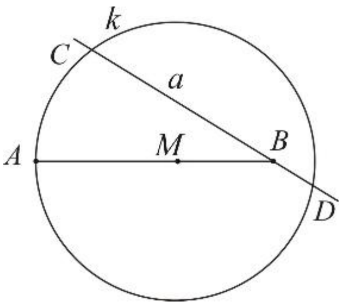
3. $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $C = \{6, 7, 8, 9\}$, $E = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $C \cap B = \{6\}$, $B \cup E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$, $C \setminus E = \{7, 9\}$, $(E \cup C) \setminus B = \{7, 8, 9, 10\}$.
[$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $C = \{2, 3, 4, 5\}$, $E = \{1, 3, 5, 7\}$, $C \cap B = \{5\}$, $B \cup E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $C \setminus E = \{2, 4\}$, $(E \cup C) \setminus B = \varnothing$.]

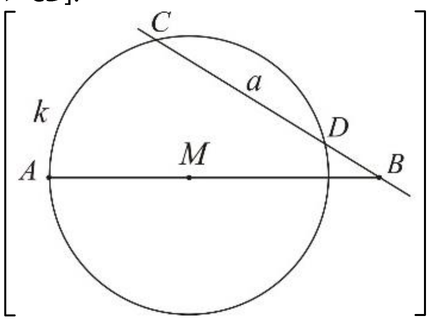
4. Има 11 [7] полуправих.





5. а) $MB < MC$;   б) $2AM > CD$ [а) $MB > MC$;   б) $2AM > CD$].





VI разред

1. Тачан одговор је под б) 8.

2. а) 5; б) 3; в) –3; г) 4.

3. Рачунамо угао ACB, $\measuredangle ACB = 180° - (57° + 68°) = 180° - 125° = 55°$. Следи да је $\measuredangle ACB < \measuredangle BAC < \measuredangle ABC$, па је $AB < BC < AC$, односно: а) AB; б) AC.

4. Тачан одговор је под г).

5. $a + b - (a - b) = 5 + (-7) - (5 - (-7)) = -2 - 12 = -14$, $a - b - (a + b) = 5 - (-7) - (5 + (-7)) = 1 + 2 = 3$. Следи да је $a + b - (a - b) < a - b - (a + b)$.

6. Ако су краци по 32cm тада је основица 70cm – 64cm = 6cm. Ако је основица 32cm тада су краци по 19cm јер је (70cm – 32cm) : 2 = 19cm. Дакле, задатак има два решења.

7. а) Збир углова са теменима A и B троугла ABC (ако је угао код темена C прав) је 90°. Тада је збир њихових половина 45°, па је угао између симетрала 135°.
б) Збир спољашњих углова са теменима A и B троугла ABC (ако је угао код темена C прав) је 270°. Тада је збир њихових половина 135°, па је угао између симетрала 45°.

8. Тачан одговор је под в).

9. а) Израз има највећу вредност када је $10 + x + y$ најмање, тј. када је $x = -5$, $y = -8$. Дакле, највећа вредност је 10.
б) Најмања вредност израза је –16.

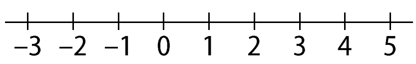
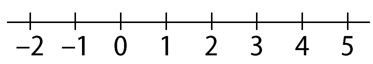
10. $|a - 50| - 500 = 450$, $|a - 50| = 950$, $a - 50 = 950$ или $a - 50 = -950$, $a = 1000$ или $a = -900$.

11. $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 3\gamma_1 + \gamma_1$, $360° = 4\gamma_1$, па је тачан одговор под в).

12. $a + b = 4a$, $b - a = 2a$. Из неједнакости која важи за однос страница у троуглу следи да је $2a < 32 < 4a$, па је $8 < a < 16$, а $24 < b < 48$. Обим тог троугла није мањи од 68cm и није већи од 92cm.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1.

 []

2. а) 15 [2]; б) 48 [–6]; в) –2 [18].

3. $a < c < b$ [$c < a < b$].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. $\beta = 80°$, $\gamma = 60°$, $\alpha_1 = 140°$, $\gamma_1 = 120°$ [$\gamma = 100°$, $\beta_1 = 130°$, $\alpha = 30°$, $\alpha_1 = 150°$].

2. Обим је већи од 20cm и мањи од 33cm [Обим је већи од 18cm и мањи од 32,4cm].

3. Спољашњи углови тог троугла су $\alpha_1 = 125°$, $\beta_1 = 145°$ и $\gamma_1 = 90°$ [$\alpha_1 = 155°$, $\beta_1 = 115°$ и $\gamma_1 = 90°$].

ПРВИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. а) –5 [6]; б) –4 [18].

2. $x = 23$ или $x = -23$ [$x = 7$ или $x = -7$].

3. Нека је C врх и γ угао при врху.
а) $\gamma = 68°$, $\alpha = \beta = 56°$; б) $\alpha = \beta = 55°$, $\gamma = 70°$ [а) $\gamma = 84°$, $\alpha = \beta = 48°$; б) $\alpha = \beta = 40°$, $\gamma = 100°$].

4. $a = \frac{85}{3}$cm, $b = \frac{100}{3}$cm, $c = \frac{115}{3}$cm, $\alpha < \beta < \gamma$ [$a = 37$cm, $b = 40$cm, c $= 53$cm, $\alpha < \beta < \gamma$].

VII разред

1. Тачан одговор је под а).

2. а) $2<\sqrt{5}<3$; б) $4<\sqrt{21}<5$.

3. $AB = 5\text{cm}$ и $CD = 3\sqrt{10}\text{cm}$.

4. а) $\frac{7}{15}$; б) $-0,75$.

5.

$\sqrt{8}<3$	да		$\sqrt{(-5)^2}=5$	да	
$-\sqrt{2}+1>0$		не	$3\sqrt{2}>5$	да	

6. $$BC+CD+DE+EF+FG=(3\sqrt{2}+1+\sqrt{5}+\sqrt{5}+2\sqrt{2})\text{cm}=(1+2\sqrt{5}+5\sqrt{2})\text{cm}$$
$$=(1+4,4+7)\text{cm}=12,4\text{cm}.$$

7. Највећу површину има фигура под в).
(Површине су: а) $P=200\text{cm}^2$; б) $P=192\text{cm}^2$; в) $P=240\text{cm}^2$; г) $P=108\text{cm}^2$)

8. а) $P=48\sqrt{3}\text{cm}^2$; б) $P=12\sqrt{3}\text{cm}^2$.

9. Једначина под б). (Решења су: а) –1 или 3; б) –1 или 1; в) 0 или 4; г) –2 или 2.)

10. а) –17; б) $\frac{4}{3}-2\cdot\frac{1}{12}=\frac{4}{3}-\frac{1}{6}=\frac{7}{6}$.

11. $P=5\text{cm}^2$, $O=(2\sqrt{10}+2\sqrt{5})\text{cm}$.

12. Посматрајмо троугао ABS. Како је $AB = 16\text{cm}$ следи да је $AS = 8\text{cm}$ односно $BS = 8\sqrt{3}\text{cm}$. Слично у троуглу BCS имамо: $BS = 8\sqrt{3}\text{cm}$, $BC = 16\sqrt{3}\text{cm}$ и $CS = 24\text{cm}$. Како је четвороугао $ABCD$ делтоид следи да је $BD = 16\sqrt{3}\text{cm}$, $AC = 32\text{cm}$ одакле следи да је $P_{ABD} = 64\sqrt{3}\text{cm}^2$, $P_{BCD} = 192\sqrt{3}\text{cm}^2$, $P_{ABCD} = 256\sqrt{3}\text{cm}^2$, $O_{ABD} = (32+16\sqrt{3})\text{cm}$, $O_{BCD} = 48\sqrt{3}\text{cm}^2$, $O_{ABCD} = (32+32\sqrt{3})\text{cm}$.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. $\frac{1}{2}$ $\left[-\frac{20}{9}\right]$.

2. -8 $[-2,6]$.

3. $x\in\{-0,1; 0,1\}$ $[x\in\{-30, 30\}]$.

4. а) 3, 4, 5, 6; б) –3, –2, –1, 0, 1 [а) 3, 4, 5; б) –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. $P=192\text{cm}^2$ $[O=84\text{cm}]$.

2. $O = 48\text{cm}$ $[P = 108\text{cm}^2]$

3. $d = 4\sqrt{34}\text{cm}$ $[d = 3\sqrt{41}\text{cm}]$.

4. $P = 50\sqrt{2}\text{cm}^2$ $[P = 50\text{cm}^2]$.

ПРВИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. 11 [15].

2. $-0{,}6$ $\left[\frac{1}{6}\right]$.

3. $O_A = 60\text{cm}$, $O_Б = 60\text{cm}$, $O_A = O_Б$ $[O_A = 48\text{cm}$, $O_Б = 60\text{cm}$, $O_A : O_Б = 4 : 5]$.

4. $O = 50\text{cm}$. [У делу задатка за другу групу је направљена омашка. Треба да стоји да је обим ромба 68cm. У том случају је $P = 240\text{cm}^2$.]

5. $x = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $3x = 6\sqrt{3}\text{cm}$, $P_P = 36\sqrt{3}\text{cm}^2$, $P_T = 30\sqrt{3}\text{cm}^2$, $P_P : P_T = 6 : 5$
$[O_{\text{трапеза}} - O_{\text{троугла}} = 8\sqrt{3}\text{cm}]$.

VIII разред

1. Користећи Питагорину теорему рачунамо $c^2=3^2+(3\sqrt{3})^2$, одакле је $c^2=9+3^2\cdot\sqrt{3}^2$, односно $c^2 = 9 + 27$, па је $c = 6$cm. Тражени однос $\frac{a}{c}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

2. $a = 2$.

3. Како је $x=\frac{2}{3}$ и $y=\frac{4}{3}$ онда је $x + y = 2$.

4. Троуглови ABC и ADE су слични јер им је угао α заједнички, а углови ABC и AED једнаки јер су оба једнаки углу β. Из сличности троуглова следи да је $\frac{BC}{DE}=\frac{AC}{AE}=\frac{AB}{AD}$, односно $\frac{10}{6}=\frac{8}{AE}=\frac{12}{AD}$. Из добијених односа израчунавамо да је AD = 7,2cm и AE = 4,8cm, па је њихов збир једнак 12cm.

5. 1. Прва једначина је еквивалентна једначини $1-\frac{3x}{2}+3=5-2x$, а њено решење је број 2.

2. Решење друге једначине је број 1.

3. Трећа једначина је еквивалентна једначини $(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 2x + 1) = -12 + 8x + 4$, а њено решење је број 2. Еквивалентне једначине су прва и трећа једначина.

6. Означимо са x двоцифрени број настао брисањем јединице траженог троцифреног броја. Ако 1 напишемо иза x добићемо тражени троцифрени број у облику $10x + 1$. Ако 1 напишемо испред x добићемо троцифрени број који настаје премештањем цифре 1 са последњег на прво место у облику $100 + x$. Према условима задатка имамо да је $100 + x + 351 = 10x + 1$. Решење ове једначине је број 50, па је тражени број 501.

7. Прва једначина је еквивалентна једначини $x(x - 4) = 0$ и њена решења су бројеви 0 и 4. Друга једначина је еквивалентна једначини $x^2 - 2^2 = 0$, односно $(x - 2)(x + 4) = 0$ и њена решења су бројеви -2 и 2. Трећа једначина је еквивалентна једначини $x^2 - 4x + 4 = 0$ која је еквивалентна једначини $x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = 0$, односно $(x - 2)^2 = 0$ или $(x - 2)(x - 2) = 0$, а оба њена решења су број 2.

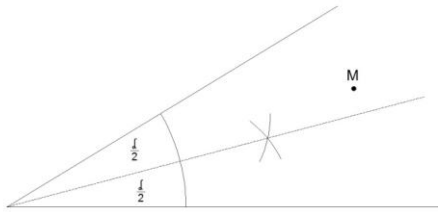
8. Неједначина је еквивалентна неједначини $\frac{6}{x}-2\geq 0$ односно $\frac{6-2x}{x}\geq 0$. Овај разломак је ненегативан у два случаја: бројилац је ненагитиван и именилац позитиван, или бројилац је непозитиван и именилац негативан. У првом случају је $6 - 2x \geq 0$ и $x > 0$ односно је $x \leq 3$ и $x > 0$ што значи да је $x \in (0, 3]$. У другом случају је $6 - 2x \leq 0$ и $x < 0$ односно $x \geq 3$ и $x < 0$ што нема заједничких решења. Дакле, решења дате неједначине припадају скупу (0, 3].

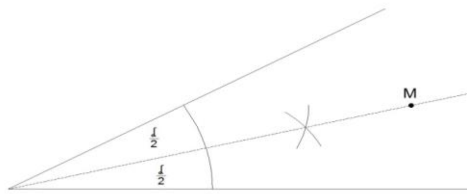
9. Решење дате једначине по промењљивој x је $\frac{2a-1}{3}$. Како је решење једначине између бројева -1 и 1 што значи да је $\frac{2a-1}{3}>-1$ и $\frac{2a-1}{3}<1$. Тражени цели бројеви морају бити већи од -1 и мањи од 2 и има их два.

10. Како се у почетку путници крећу један другом у сусрет они за сат времена пређу укупно 8km, што значи да ће цео пут прећи за 2 сата. Дакле у прва два сата су ишли један другом у сурет до тренутка сусретања. Следећих 15 минута су наставили удаљавајући се један од дргог. За тих 15 минута су прешли четвртину од 8km односно 2km. Растојање између та два путника после 135 минута је 2km.

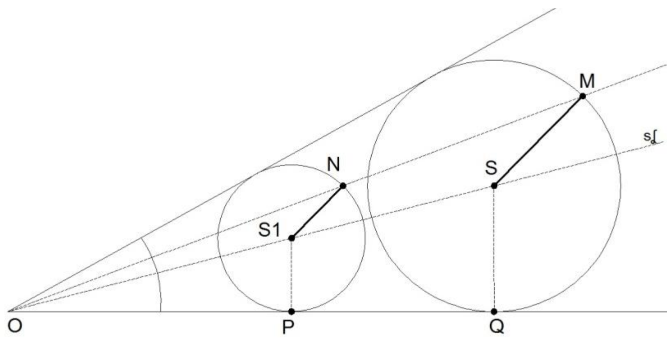
11. Како је $AC = \frac{7}{5}AN$ то је $AN = \frac{5}{7}AC$ и $NC = \frac{2}{7}AC = 1{,}6\text{cm}$ што значи да је $AC = 1{,}6\text{cm} : \frac{2}{7}$ односно $AC = 5{,}6\text{cm}$. Пошто је *MN* паралелно *AB* и *AM* је симетрала угла *CAB* то су углови *NMA*, *MAB* и *MAN* међусобно једнаки па је троугао *MAN* једнакокраки чије су странице *AN* и *MN* међусобно једнаке и износе по 4cm. Из сличности троуглова *NMC* и *ABC* следи однос $\frac{NC}{NM} = \frac{AC}{AB}$ добијамо да је $AB = 14\text{cm}$.

12. Разликоваћемо два случаја: први када тачка *M* не припада симетрали угла *α* и други када тачка *M* припада симетрали угла *α*.

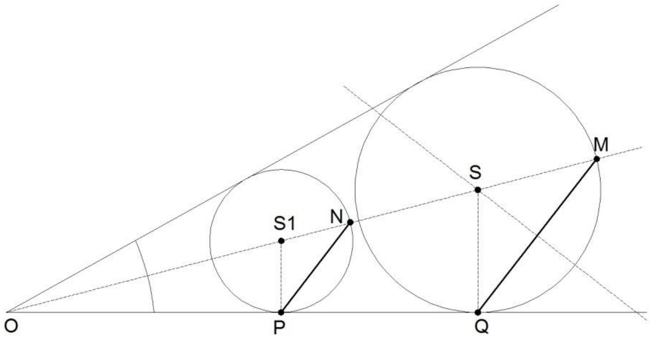




У првом случају ћемо повући праву која полази из темена угла и садржи тачку *M*, а затим конструисати симетралу угла *α*. Конструишимо произвољну кружницу са центром на симетрали угла *α* тако да додирује краке угла. Центар кружнице означимо са S_1 а пресечну тачку кружнице и полуправе *OM* означимо са *N*. Претпоставимо да тражена кружница има центар у *S*. Уочавамо да је S_1N паралелно са *SM* јер су троуглови OS_1N и *OSM* слични, а њихова сличност следи из сличности троуглова OPS_1 и *OQS*.



Поступак конструкције: Конструисати кружницу са центром у произвољно изабраној тачки S_1 тако да додирује краке угла. Пресек те кружнице и праве *OM* (тачку удаљенију од темена угла) означити са *N* и спојити S_1 и *N*. Кроз *M* конструисати паралелу са и S_1N и пресек те паралеле и симетрале угла означити са *S*. Тражена кружница има центар у *S* и полупречник *SM*.
У другом случају ћемо конструисати симетралу угла *α* која ће пролазити кроз тачку *M*. Конструишимо произвољну кружницу са центром на симетрали угла *α* тако да додирује краке угла. Центар кружнице означимо са S_1 а пресечну тачку кружнице и полуправе *OM* означимо са *N*, а додирну тачку кружнице и крака угла са *P*. Спојимо тачке *N* и *P*. Претпоставимо да тражена кружница има центар у *S* и да исти крак угла додирује у *Q*. Уочавамо да је *PN* паралелно са *QM* јер су троуглови *OPN* и *OQM* слични, а њихова сличност следи из сличности троуглова OPS_1 и *OQS*.



Поступак конструкције: Конструисати кружницу са центром у произвољно изабраној тачки S_1 тако да додирује краке угла. Пресек те кружнице и праве *OM* (тачку удаљенију од темена угла) означити са *N*, а додирну тачку кружнице и крака означити са *P* и спојити *P* и *N*. Кроз *M* конструисати паралелу са и *PN* и пресек те паралеле и крака угла означити са *Q*. Тражена кружница има центар у *S* у тачки у којој симетрала дужи *MQ* сече симетралу угла. Полупречник те кружнице је *SM*.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. Коструисати симетралу странице *BC* [*AC*], а затим страницу *AC* [*BC*] поделити на три једнака дела наученим методом поделе дужи на једнаке делове.

2. Коришћењем релације о збиру углова у троуглу добија се да оба троугла имају углове од 30°, 72° и 78° [50°, 62° и 68°] па су они слични.

3. Из датих података израчунавамо да је основица датог троугла 24cm [30cm], крак троугла је 13cm [17cm] и висина која одговара основици је 5cm [8cm]. Површина тог троугла је 60cm^2 [120cm^2]. Како је висина која одговара основици њему сличног троугла два пута дужа [краћа] од висине која одговара основици датог троугла то је основица њему сличног троугла 48cm [15cm], а површина тог троугла је 240cm^2 [30cm^2]. Дакле однос површина је 1 : 4 [4 : 1].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. Решења једначина су редом бројеви $\frac{16}{7}$, 8 и $\frac{17}{16}$ $\left[\frac{9}{5}, 3 \text{ и } -\frac{13}{18}\right]$.

2. Решење једначине је број 2 [3].

3. Ако дијагонале ромба означимо са x и $x + 3$ површина ромба ће бити $P = \frac{x(x+3)}{2}$. Када се краћа дијагонала увећа за 5 биће $x + 5$, када се дужа смањи за 1 биће $x + 2$ површина ће бити $P = \frac{(x+5)(x+2)}{2}$. Како се површина ромба увећа за 29 формирамо једначину $\frac{(x+5)(x+2)}{2} - \frac{x(x+3)}{2} = 29$. Решење ове једначине је број 12, па су дијагонале ромба 12cm и 15cm, а површина ромба је 90cm^2.
[Ако странице правоугаоника означимо са x и $x + 5$ површина правоугаоника ће бити $P = x(x + 5)$. Када се краћа страница увећа за 3 биће $x + 3$, када се дужа смањи за 2 биће $x + 3$ површина ће бити $P = (x + 3)(x + 3)$. Како се површина правоугаоника повећава за 5 формирамо једначину $(x + 3)(x + 3) - x(x + 5) = 16$. Решење ове једначине је број 7, па су странице правоугаоника 12cm и 7cm, а његов обим је 38cm].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. Неједнакост није тачна [Неједнакост је тачна].

2. Најједноставнија неједначина еквивалентна датој је $x \geq -11$, а тражени збир је $-11 + (-10) + ... + 9 + 10 = -11$ [Најједноставнија неједначина еквивалентна датој је $x \leq 7$, а тражени збир је $-4 + (-3) + ... + 6 + 7 = 18$].

3. Пошто је бројилац мањи од нуле мора и именилац бити мањи од нуле да би количник био већи од нуле. Дакле, $3 - 4x < 0$, односно $x > \frac{3}{4}$. [Пошто је бројилац мањи од нуле, именилац мора бити већи од нуле да би количник био мањи од нуле. Дакле, $2 - 5x > 0$, односно $x < \frac{2}{5}$].

4. Неједначина је еквивалентна неједначини $-1 \leq x < 3$ [$-2 < x \leq 3$] чије је решење $\{1, 2\}$ [$\{1, 2, 3\}$] у скупу природних бројева, $\{-1, 0, 1, 2\}$ [$\{-1, 0, 1, 2, 3\}$] у скупу целих бројева и $(-2, 3]$ у скупу реалних бројева.

ПРВИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. Решавањем једначине $4k + 5k + 7k = 4{,}8$ [$3k + 5k + 6k = 5{,}6$] добијамо да су странице троугла 1,2m; 1,5m и 2,1m [1,2m; 2m и 2,4m].

2. Једначина је еквивалентна једначини $x^2 - 4x + 4 - 12 = 4x - 2x^2 + 3x^2$ [$3x - 3x^2 + 4x^2 = x^2 + 6x + 9 - 4$] чије је решење број $-\frac{4}{3}$ $\left[-\frac{5}{3}\right]$.

3. Решавањем једначине $\frac{x}{2} - \frac{x}{5} + 1 = \frac{x+1}{3}$ $\left[\frac{x}{3} + \frac{x}{4} - 6 = \frac{3(x-1)}{7}\right]$ добијамо да је тражени број 20 [36].

4. Неједначина је еквивалентна неједначини $x \geq -1$ [$x \geq -10$].

5. Неједначина је еквивалентна неједначини $x \geq \frac{2\sqrt{3}}{3}$ $\left[x \geq \frac{-\sqrt{2}}{2}\right]$. Најмањи цео број који је решење неједначине је 2 [0].