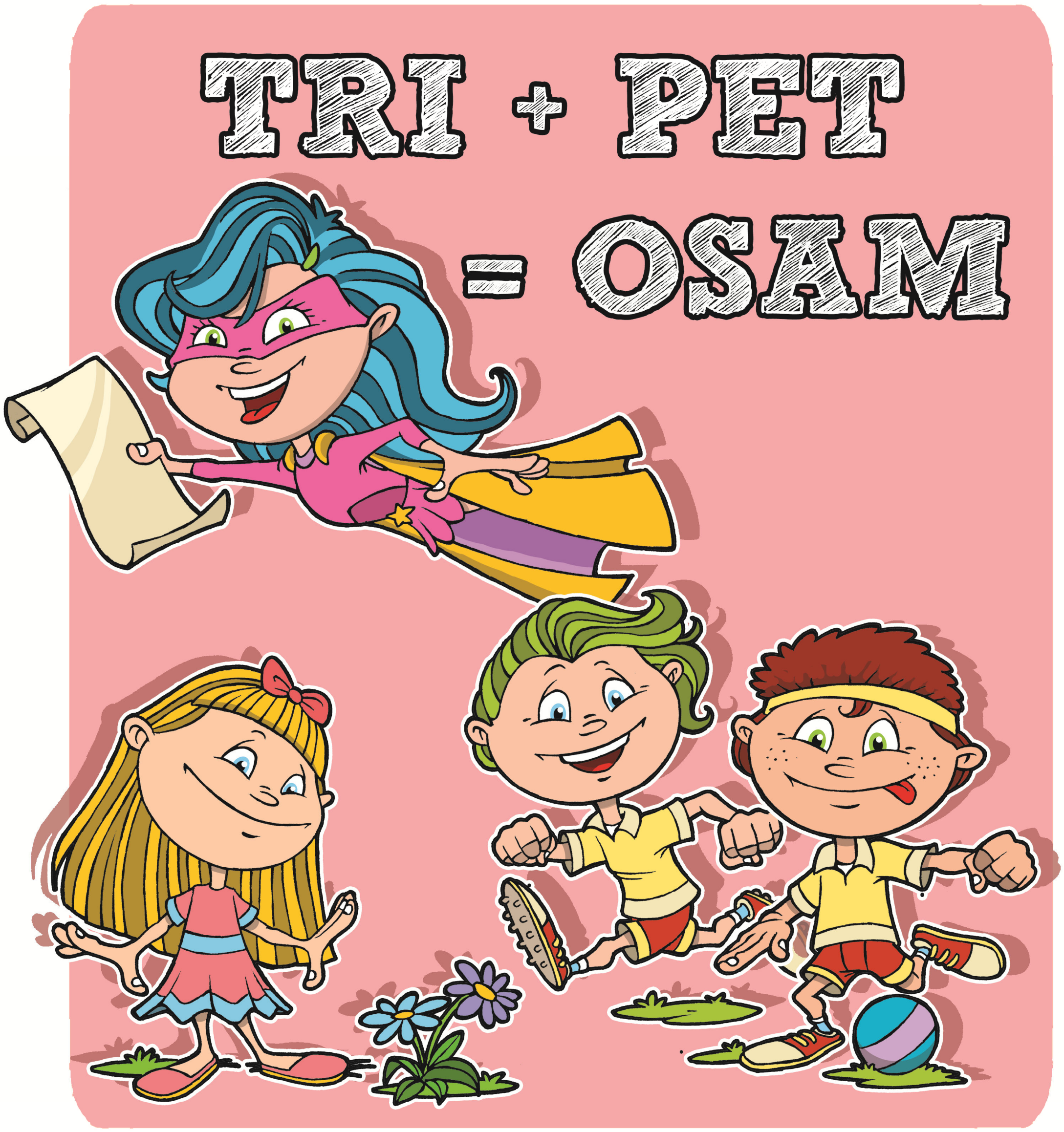
МАТЕМАТИЧКИ ЛИСТ 2014/15. бр. XLIX-4



РЕЗУЛТАТИ, УПУТСТВА ИЛИ РЕШЕЊА ЗАДАТАКА ИЗ РУБРИКЕ ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

III разред

1. а) $70 \cdot 5 = 350$; б) $210 \cdot 4 = 840$; в) $304 \cdot 3 = 912$; г) $425 \cdot 2 = 850$;
д) $60 : 3 = 20$; ђ) $320 : 8 = 40$; е) $846 : 2 = 423$; ж) $535 : 5 = 107$.

2. *Први начин*: Решићемо сваку од датих једначина:

а) $8 \cdot x = 40$; $x = 40 : 8$; $x = 5$;
б) $x \cdot 5 = 525$; $x = 525 : 5$; $x = 105$;
в) $x : 5 = 30$; $x = 5 \cdot 30$; $x = 150$;
г) $150 : x = 10$; $x = 150 : 10$; $x = 15$.

Други начин: Који је од датих бројева решење задате једначине можеш утврдити провером који од датих бројева уврштавањем у једначину на место непознате једначину претвара у тачну бројевну једнакост.

3. а) Половина броја 300 је 150.
б) Трећина броја 240 износи 80.
в) Пола дана има 12 сати.
г) Четвртина метра има 25 центиметара.

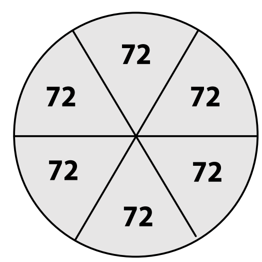
4.

a	150	325	**52**	40
b	4	3	7	**20**
$a \cdot b$	**600**	**975**	364	800

a	650	432	**972**	1000
b	5	8	9	**100**
$a : b$	**130**	**54**	108	10

5. а) $18 \cdot 7 = 126$; б) $678 : 6 = 113$; в) $468 : 4 = 117$.
Скупу решења неједначине $x \geq 117$ припадају бројеви 117 и 126, док скупу решења неједначине $x < 126$ припадају бројеви 113 и 117.

6. а) Број 400 је половина броја 800, јер је $400 \cdot 2 = 800$.
б) Број 150 је $\frac{1}{5}$ броја 750, јер је $150 \cdot 5 = 750$.
в) Број 72 је $\frac{1}{6}$ броја 432, јер је $72 \cdot 6 = 432$.



7. а) Количник је 6, а остатак 3 јер је $7 \cdot 6 + 3 = 45$.
б) Количник је 30, а остатак 5 јер је $6 \cdot 30 + 5 = 185$.
в) Количник је 71, а остатак 6 јер је $9 \cdot 71 + 6 = 645$.

8. а) 960 динара јер је $4 \cdot 240 = 960$;
б) 120 динара јер је $240 : 2 = 120$;
в) 48 динара јер је $240 : 5 = 48$;
г) Како је $250\text{g} = \frac{1}{4}\text{kg}$, то 250g кошта $240 : 4 = 60$ динара;
д) Израчунајмо прво колико стаје 100g сувог грожђа. Како је $100\text{g} = \frac{1}{10}\text{kg}$, то 100g стаје 240 динара : 10 = 24 динара, па 300g стаје $3 \cdot 24$ динара = 72 динара.

9. Како цела књига има три трећине, Лани је остало да прочита још две трећине књиге, што је 60 страна. Тада је једна трећина $60 : 2 = 30$ страна, те цела књига има $30 \cdot 3 = 90$ страна. Дакле, тачан одговор је под б).
Напомена: Задатак можеш решити и тако што провериш који понуђени одговор испуњава услове задатка.

10. $(378 : 7) \cdot 6 = 54 \cdot 6 = 324$.

11. а) 1kg = 1000g, те је $\frac{1}{2}$kg = 1000g : 2 = 500g, а $\frac{1}{5}$kg = 1000g : 5 = 200g. Тако дата једначина $\frac{1}{2}\text{kg}+\frac{1}{5}\text{kg}+\_\_\_\_\text{g}=1\,\text{kg}$ постаје 500g + 200g + _____g = 1000g. Решавањем ове једначине, добијамо да у празно поље треба уписати 1000g – (500g + 200g) = 1000g – 700g = 300g.
б) Како је 1h = 60min, на сличан начин као у задатку под а) долазимо до једначине: 30min = 10min + _____min + 12min, те у празно поље треба уписати 30min – (10min + 12min) = 30min – 22min = 8min.
в) Како је 1m = 1000mm, 1dm = 100mm, 1cm = 10mm, то дата једначина прелази у 250mm + _____mm + 1mm = 500mm. Решавањем ове једначине закључујемо да у празно поље треба уписати 500mm – (250mm + 1mm) = 249mm.

12. То су бројеви 367, 377, 387, 397, 407, 417 и 427.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Множење и дељење

1. а) 490 [530]; б) 600 [750]; в) 627 [832]; г) 870 [810].

2. а) 241 [231]; б) 103 [104]; в) 87 [93].

3. а) Једна чоколада кошта 372 : 3 = 124 [476 : 4 = 119] динара.
б) 8 чоколада кошта 124 · 8 = 992 динара. [7 чоколада кошта 119 · 7 = 833 динара.]

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Једначине и неједначине

1. а) $x = 936 : 3$; $x = 312$; б) $x = 255 : 5$; $x = 51$; в) $x = 132 \cdot 4$; $x = 528$; г) $x = 420 : 70$; $x = 6$.
[а) $x = 412$; б) $x = 61$; в) $x = 729$; г) $x = 7$.]

2. а) Скупу решења неједначине $x > 420$ припадају бројеви 424, 442 и 444.
[Скупу решења неједначине $x < 580$ припадају бројеви 508 и 558.]
б) Решења неједначине $x \leq 243$ су бројеви 243, 242, 241, 240, ...
[Решења неједначине $x \geq 385$ су бројеви 385, 386, 387, 388, ...]

3. $x \cdot 8 = 736$, $x = 736 : 8$, $x = 92$ [$x : 6 = 83$, $x = 83 \cdot 6$, $x = 498$.]

4. То су бројеви 258, 260, 262, 264, 266 и 268. [То су бројеви 327, 329, 331, 333, 335, 337 и 339.]

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Разломци

1. 150 : 5 = 30. Тачан одговор је под в). [240 : 4 = 60. Тачан одговор је под б).]

2. а) 728 : 8 = 91 [427 : 7 = 61]; б) 294 : 7 = 42 [252 : 6 = 42].

3. Како у целој школи има три трећине, то у школи има 3 · 246 = 738 ученика.
[Како у целој школи има четири четвртине, то у школи има 4 · 217 = 868 ученика.]

4. Пошто је продато 459kg : 9 = 51kg јабука, у продавници је остало 459kg – 51kg = 408kg јабука.
[Пошто је продато 568kg : 8 = 71kg јабука, у продавници је остало 568kg – 71kg = 497kg јабука.]

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Дељење са остатком

1. а) количник је 7, а остатак 4 [количник је 8, а остатак 1];
   б) количник је 21, а остатак 1 [количник је 31, а остатак 1];
   в) количник је 52, а остатак 5 [количник је 42, а остатак 8].

2. Марија може да направи 18 букета. Остаће јој 2 руже.
   [Марија може да направи 18 букета. Остаће јој 6 ружа.]

3. $x = 45 \cdot 6 + 2 = 270 + 2 = 272$ [$x = 35 \cdot 6 + 4 = 210 + 4 = 214$].

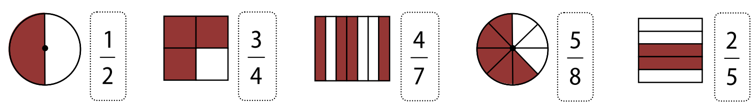
IV разред

1.

$31 \cdot 65 - 5 \cdot 13$	$(31 \cdot 65 - 5) \cdot 13$	$31 \cdot (65 - 5 \cdot 13)$
0	1950	26130

2. а) 2015; б) 2015; в) 31; г) 2015.

3.



4.

а)	б)	в)	г)
1	9	6	6

5.

$123 + 27 \cdot x = 1473$	$275 - 2 \cdot x = 53$	$(17 \cdot x + 73) : 29 = 16$

9	164	50	23	111	32

6. а) $5 \cdot x \geq 3$ и $x < 6$, $0 < x < 6$, $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$; б) $x < 3$, $x \in \{0, 1, 2\}$; в) $4 \leq x < 7$, $x \in \{4, 5, 6\}$.

7. а) $\frac{3}{7}$ броја 21 је број 9; б) $\frac{4}{5}$ броја 120 је број 96;
   в) $\frac{4}{9}$ броја 81 је број 36; г) $\frac{5}{11}$ броја 275 је број 125.

8.

	Израз	бројевна вредност
Збир бројева 237 и 135 повећај за 3.	$(237 + 135) + 3$	375
Збир бројева 237 и 135 повећај 3 пута.	$(237 + 135) \cdot 3$	1116
Збир бројева 237 и 135 смањи 3 пута.	$(237 + 135) : 3$	124
Од троструког збира бројева 286 и 13 одузми њихову разлику.	$3 \cdot (286 + 13) - (286 - 13)$	624
Збир бројева 437 и 414 подели њиховом разликом.	$(437 + 414) : (437 - 414)$	37

9. а) $3 \cdot x - 357 = 394 - 109$, $x = 214$; б) $2015 - 2 \cdot x = 1550 + 215$, $x = 125$.

10. $(x \cdot 14 - 1) : 23 \geq 3$, $x \cdot 14 - 1 \geq 69$, $x \cdot 14 \geq 70$, $x \geq 5$. Ана треба да купи најмање 5 кесица бомбона.

11. Остало је $\frac{2}{9}$ од 18 коцкица чоколаде, значи 4 коцкице. Брат је добио 2 коцкице чоколаде.

12. Милица је за 160 минута ($2\frac{2}{3}$ сата) прочитала $\frac{8}{9}$ књиге. Значи да $\frac{1}{9}$ књиге прочита за 20 минута, а целу књигу прочита за 180 минута (3 сата).

а) Милици треба још 20 минута ($\frac{1}{3}$ сата) да заврши читање књиге.

б) За један сат је прочитала $\frac{1}{3}$ књиге.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Разломци

1. а) 50 [100]; б) 40 [60]; в) 15 [30].

2. а) 216 [252]; б) 648 [756]; в) 2460 [2624].

3. а) 360 [480]; б) 324 [192].

4. Књига има 105 [140] страна.

ЧЕТВРТИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. а) 3270 [2790]; б) 17 [19]; в) 420 [440]; г) 28 [82].

2. а) $x = 1215$ [$x = 1722$]; б) $x = 2000$ [$x = 1000$].

3. а) $x < 5$, $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ [$x < 4$, $x \in \{0, 1, 2, 3\}$];
б) $x \geq 101$, $x \in \{101, 102, 103, ...\}$ [$x \geq 202$, $x \in \{202, 203, 204, ...\}$].

4. а) 748 [935]; б) 1152 [1024].

5. Одличан успех има 10 ученика, а све петице има 5 ученика.

V разред

1. а) $\frac{12}{21}$; б) $\frac{3}{2}$; в) $\frac{21}{25}$; г) $\frac{14}{5}$; д) 0,2; ђ) 0,552; е) 0,615.

2. а) $x = \frac{1}{8}$; б) $x = \frac{29}{12}$; в) $x = 2$; г) $x = 12$.

3. а) Оса симетрије је симетрала дужи.
б) Свака оса симетрије круга пролази кроз његов центар.

4. а) 0,85; б) 0,3; в) 5,325.

5. 3,45.

6. $\frac{7}{8}\cdot 2,8<\frac{5}{6}\cdot 3,2.$

7. Има 4 осе симетрије: 2 су симетрале страница, 2 су симетрале углова.

8. $a = 1$, вредност израза је 1.

9. Ако је њихов количник онда је један број од другог већи 7 пута, па је $7x - x = 1,2$ и $x = 0,2$ и то је мањи број. Већи број је 1,4.

10. $\frac{97}{18}.$

11. Ако је $CM < 4\text{cm}$ онда задатак има 2 решења а центри тражених кружница су на симетрали CM односно у пресеку кружница $k_1(C,\ 4\text{cm})$ и $k_2(M,\ 4\text{cm})$. Ако је $CM > 4\text{cm}$ онда задатак нема решења.

12. $\frac{2}{11}.$

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Разломци

1. а) 2,88; б) 7,2; в) 2; г) $\frac{45}{49}$ [а) 2,28; б) 5,7; в) 1; г) $\frac{55}{81}$].

2. $10,8 > 2 : 1,6$ јер је $\frac{101}{70}>\frac{100}{70}$ [$10,6 < 21,6$ јер је $\frac{125}{45}>\frac{152}{45}$].

3. $P = 28,2125\text{cm}^2$ [$P = 28,7625\text{cm}^2$].

4. $2b - 3a = 3$ [$2b - 3a = 2$].

5. б) $x=\frac{25}{8}$ [б) $x=\frac{65}{32}$].

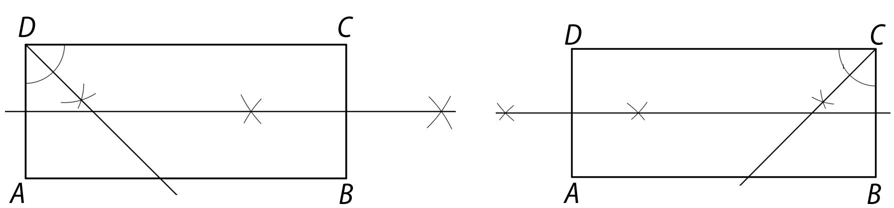
ЧЕТВРТИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. $5,8 > 5$, јер је 55,74 [$6,9>6\frac{11}{18}$, јер је $6\frac{11}{18}\approx 6,61$].

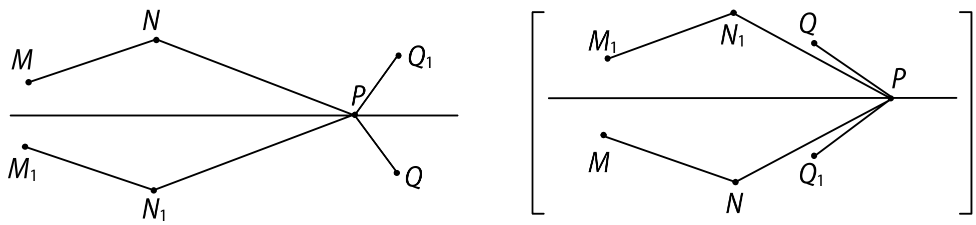
2. $\frac{189}{25}$ $\left[\frac{236}{35}\right].$

3. $\frac{48}{35}$ $\left[\frac{48}{55}\right].$

4.



5.



VI разред

1. Највећу вредност има израз под б). Најмању вредност има израз под в).

2. а).

3. Површина правоугаоника $ABCD$ је 220cm^2, троугла AED је 16cm^2 и паралелограма $EBFD$ је 188cm^2.

4. а) $-\frac{33}{10}$; б) $-\frac{11}{20}$; в) $\frac{12}{25}$; г) 0,042.

5. а) 19,4; б) $\frac{23}{85}$.

6. а) $-\frac{47}{5}$; б) $-0{,}24$; в) 0,025.

7. $\frac{3}{4}$.

8. $P_{ABC} = 440\text{cm}^2$.

9. $A = -5{,}1$; $B = -\frac{17}{20}$; $A : B = 6$.

10. За 15 примерака часописа потребно је 3375 динара, а за 60 примерака 12000 динара.

11. $\frac{P_{EBFG}}{P_{ABCD}} = \frac{7}{16}$.

12. а) $P_{EBCD} = 140\text{cm}^2$; б) $P_{AED} = 24{,}5\text{cm}^2$; в) $P_{ABCD} = 164{,}5\text{cm}^2$.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. а) 1,5; б) $-2{,}2$ [а) $-2{,}21$; б) 3,8].

2. а) $\frac{1}{3}$; б) 21 [а) $-\frac{4}{7}$; б) $\frac{3}{10}$].

3. $-\frac{10}{3}$ $\left[-\frac{5}{8}\right]$.

4. $-0{,}4$ [10].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. $80cm^2$ [$4cm^2$].

2. $P_{AED} = 1{,}5cm^2$, $P_{EBCD} = 18{,}6cm^2$, $P_{ABCD} = 20{,}1cm^2$ [$P_{AED} = 0{,}8cm^2$, $P_{EFCD} = 4{,}8cm^2$, $P_{ABCD} = 6{,}4cm^2$].

3. $P = 2{,}89cm^2$ [$P = 4{,}5cm^2$].

4. $d_2 = 7{,}5cm$ [$O = 56cm$].

ЧЕТВРТИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. а) $-0{,}48$; б) 30; в) 5 [а) $1{,}6$; б) -10; в) -15].

2. $-\frac{1}{2}$ [0].

3. а) -7; б) $-\frac{1}{20}$ [а) $-\frac{6}{5}$; б) -12].

4. Висина ромба је 5cm и друга катета троугла је 10cm [Висина ромба је 6cm и друга катета троугла је 12cm].

5. а) $P_{ABCD} : P_{ABC} = 5 : 3$; б) $P_{AFCD} : P_{ABCD} = 4 : 5$; в) $P_{ABC} : P_{BCE} = 3 : 1$.
[а) $P_{ABCD} : P_{ABD} = 5 : 3$; б) $P_{AFED} : P_{ABCD} = 3 : 5$; в) $P_{ABD} : P_{BCD} = 3 : 2$.]

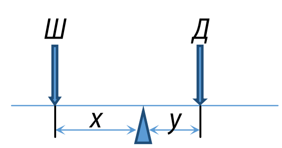
VII разред

1. $A(-3, -4)$, $B(2, 0)$, $C(-2, 3)$, $D(5, -5)$.

2. а) $100 : 350 = 8 : x$, $x = 28$, $28 \cdot 135 = 3780$. Гориво ће коштатаи 3780 динара.
б) 540 динара.

3. Слични су.

4. Милошево (x) и Дачино (y) растојање од тачке ослонца је обрнуто пропорционална њиховим тежинама ако нико не претеже, тј. ако је клацкалица у равнотежи. Дакле, $80 : 65 = x : y$, односно $x : y = 16 : 13$.



5. Дужина потребне вунице је директно пропорционална са површином исплетеног комада.
$10cm \cdot 20cm = 200cm^2$, $200cm \cdot 25cm = 5000cm^2$, па је $200 : 5000 = 8 : x$. За плетење шала је потребно 200 метара вунице.

6. Цена аутобуског превоза је директно пропорционалана дужини пута, ако се број путника не мења, па је $200 : 250 = 1080 : x$, где је x цена по ученику за 250km пута. $x = 1350$ динара. Цена аутобуског превоза је обрнуто пропорционалана броју путника, ако се дужина пута не мења, па је $36 : 30 = y : 1350$ где је y цена по једном од 30 ученика за 250km пута. $y = 1620$ динара. Сваки од ученика ће платити по 1620 динара.

7. $AM = 3\text{cm}$, $AK = 4\text{cm}$, $MK = 5\text{cm}$, $BC = 26\text{cm}$. Хипотенузе су у размери $MK : BC = 5 : 26$. С обзиром да за одговарајуће странице важи да је $\frac{1}{8} \neq \frac{2}{5} \neq \frac{5}{26}$ то троуглови ABC и AMK нису слични.

8. Троугао ABC је правоугли са правим углом BAC. Центар описанок круга око троугла је у тачки $S(4; 2{,}5)$, а дужина полупречника је 2,5.

9. Нека је Тони продао x kg јабука по цени од y динара за килограм. Тада је његова зарада $x \cdot y$. Оли је продао $0{,}9x$ kg по цени $1{,}1y$ динара. Олијева зарада је $0{,}9x \cdot 1{,}1y = 0{,}99x \cdot y$. Дакле, Тони је зарадио више.

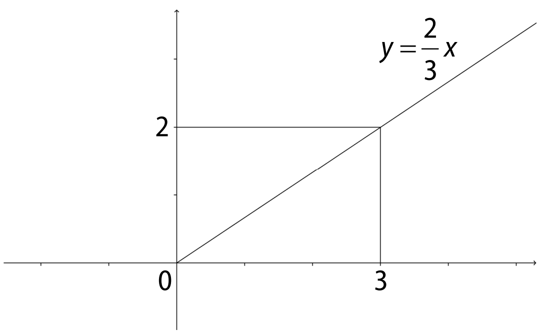
10. Тачне су пропорције а) и в).

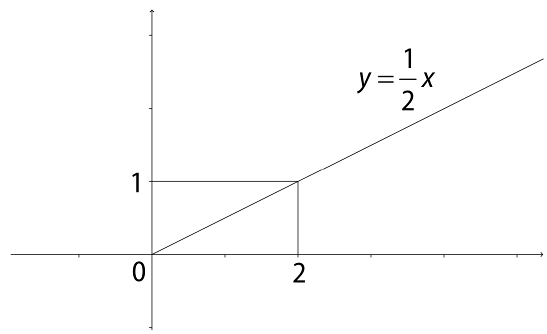
11. Дуж QE дели дијагоналу PR у размери 2 : 1 полазећи од тачке Q.

12. а) $27\frac{1}{12}$ cm; б) $92\frac{4}{13}$ cm.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1.





2. $8 : 35 = 3 : x$, $y = x = \frac{105}{8}$ kg.

3. $4 : 6 = 8 : 12$, $4 : 8 = 6 : 12$ $[9 : 3 = 24 : 8, 9 : 24 = 3 : 8]$

4. $-\frac{3}{70}$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

2. Да [Не].

3. 7,2cm; 10,8cm; 12cm [20cm, 30cm, $33\frac{1}{3}$ cm].

ЧЕТВРТИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. $O = (9 + \sqrt{17})\text{cm}$ $\left[P = \frac{25}{2}\text{cm}^2\right]$.

2. $\frac{3}{7}$ $\left[\frac{5}{3}\right]$.

3. 100 [160].

VIII разред

1. Очигледно је да је $-x + 1 = x - 1$ одакле је $x = 1$. Заменом у било којој од једначина добијамо да је $y = 0$. Решење система једначина је уређени пар бројева $(x, y) = (1, 0)$.

2. Питање „Колико је потребно квадратних центиметара лима“ упућује нас да треба да израчунамо површину једне конзерве облика ваљка чији је полупречник, а висина и тако добијену површину помножимо са 10. Површина једне конзерве је површина ваљка $P=\left(2\cdot 7^2\cdot\frac{22}{7}+2\cdot 7\cdot\frac{22}{7}\cdot 14\right)\text{cm}^2$ што после скраћивања даје $P = (2 \cdot 7 \cdot 22 + 2 \cdot 7 \cdot 22 \cdot 2)\text{cm}^2$ односно $P = (2 \cdot 7 \cdot 22 \cdot 3)\text{cm}^2 = 924\text{cm}^2$. Површина свих 10 конзерви је 9240cm^2.

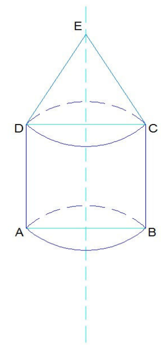
3. Тениска лоптица има облик лопте чији је полупречник 3,3cm. Површина лопте је $P \approx 4 \cdot 3{,}3^2 \cdot 3{,}14\text{cm}^2$, па је површина тениске лоптице приближно једнака $136{,}7784\text{cm}^2$ што заокругљено на две децимале даје приближно $136{,}78\text{cm}^2$.

4. Решење првог, односно другог система су уређени парови бројева $(x, y) = (2, 1)$, односно $(x, y) = (-3, -3)$. После сређивања трећег система добијамо и $10x + 9y = 8$. После множења прве једначине са 9 и сабирања са другом једначином добијамо да је $x=\frac{13}{14}$. Из једначине добијамо да је $y = 2x + 2$, односно $y=-\frac{1}{7}$. Решење трећег система је уређени пар бројева $(x,y)=\left(\frac{13}{14},-\frac{1}{7}\right)$.

5. Како је површина омотача једнака половини површине целог ваљка то је површина омотача једнака збиру површина база ваљка, то јест, односно $H = r = 6\text{cm}$. Запремина ваљка је $V = B \cdot H = 6^2\pi \cdot 6 = 216\pi$. Запремина ваљка је $216\pi\ \text{cm}^2$.

6. Из податка да је површина омотача купе $M = 156\pi\ \text{cm}^2$ израчунавамо изводницу купе користећи $r\pi s = 156\pi\ \text{cm}^2$. Применом Питагорине теореме добијамо да је висина купе $H = 5\text{cm}$. Запремина купе је $V=\frac{1}{3}r^2\pi H=\frac{1}{3}\cdot 12^2\pi\cdot 5=240\pi\text{cm}^2$.

7. Фигура која ротира је квадрат са чије је једне стране конструисан једнакостранични троугао. Оса симетрије садржи слободно теме једнакостраничног троугла и пресек дијагонала квадрата. Фигура која настаје ротацијом састоји се из ваљка и купе чија се база поклапа са базом ваљка. Полупречник ваљка и полупречник купе су подударни и износе половину странице квадрата. Изводница купе је $s = a = 12\text{cm}$, висина ваљка је и висина купе је $H_k = 6\sqrt{3}$. Површина добијеног тела се састоји из површине омотача купе, површине омотача ваљка и површине базе ваљка. $P_t = M_k + M_v + B_v = (6\pi \cdot 12 + 2 \cdot 6\pi \cdot 12 + 6^2\pi)\text{cm}^2$. Рачунањем добијамо $P_t = 252\pi\ \text{cm}^2$. Запремина добијеног тела се састоји из запремине ваљка и запремине купе па је $V_t=V_v+V_k=6^2\cdot\pi\cdot 12+\frac{1}{3}\cdot 6^2\cdot\pi\cdot 6\cdot\sqrt{3}$. Израчунавањем добијамо $V_t=72\pi\cdot(6+\sqrt{3})\text{cm}^2$.



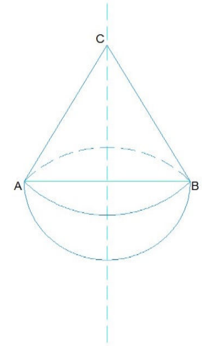
8. Означимо број новчаница од 2 динара означимо са x, а број новчаница од 5 динара са y добијамо једначину $2x + 5y = 213$. Ако желимо суму платити са најмањим могућем бројем новчаница онда мора бити што више новчаница од 5 динара. Решавањем неједначине $5y < 213$ добијамо да је $y < 43$. Како је у једначини један сабирак ($2x$) паран број, а збир 2013 непаран број то други сабирак ($5y$) мора бити непаран број па y највише може бити 41. У том случају x је једнако 4. Дакле најмањи могући број новчаница којим можемо платити суму од 213 динара је $41 + 4 = 45$. Слично ако желимо суму платити са највећим могућем бројем новчаница онда мора бити што више новчаница од 2 динара. Решавањем неједначине $2x < 213$ добијамо да је $x < 105$. Како је у једначини један сабирак ($2x$) паран број а збир 213 непаран број то други сабирак ($5y$) мора бити непаран па је највећи могући број новчаница којим можемо платити суму од 213 динара је $104 + 1 = 105$.

9. Из уређеног пара $(x, y) = (-1, 3)$ читамо да је $x = -1$ и $y = 3$. Заменом у систему једначина добијамо једначина $2m \cdot (-1) + n \cdot 3 = 4$ и $(m - 1) \cdot (-1) + (n + 2) \cdot 3 = 5$. После потребних сређивања настаје систем $2m - 3n = -4$ и $-m + 3n = -2$ чије је решење уређени пар бројева $(m,n) = \left(-6, -\frac{8}{3}\right)$.

10. Из односа $B : M = 3 : 4$, односно $r^2\pi : 2r\pi H = 3 : 4$ добијамо да је $r : 2H = 3 : 4$ то јест $r : H = 3 : 2$ или $r = 3k$ и $H = 2k$. Из једначине $12k^2 = 108$ добијамо да је $k = 3$, $r = 9$cm и $H = 6$cm. Површина ваљка је 270π cm^2, а његова запремина је 486π cm^3.

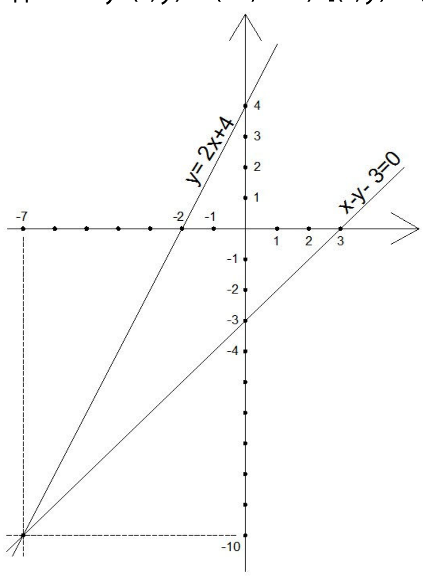
11. Половина површине круга полупречника 12cm је 72π cm^2 представља површину омотача купе, а полупречник круга је изводница купе. Из $72\pi = r\pi \cdot 12$ добијамо да је $r = 6$cm, површина базе је 36π cm^2, а површина целе купе је је 108π cm^2. Применом Питагорине теореме добијамо да је висина купе $H = 6\sqrt{3}\text{cm}$, а запремина купе $V = 72\pi\sqrt{3}\text{cm}^3$.

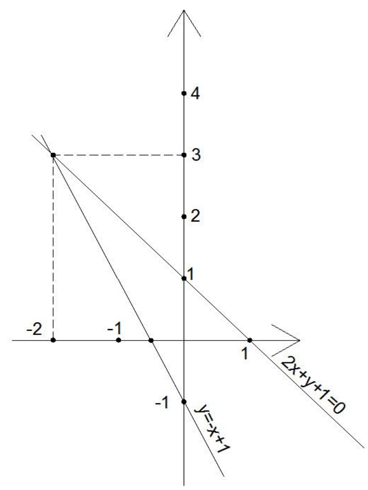
12. Фигура која ротира је једнакостранични троуго са чије је једне стране конструисан полукруг. Оса симетрије садржи слободно теме једнакостраничног троугла и центар полукруга. Фигура која настаје ротацијом састоји се из једне купе и полулопте чија се база поклапа са базом купе. Полупречник купе и полупречник полулопте су подударни и износе половину странице троугла $r_k = r_{pl} = \frac{a}{2}$. Изводница купе је $s = a$ и висина купе је $H = \frac{a}{2}\sqrt{3}$. Површина добијеног тела се састоји из површине омотача купе и површине полулопте $P_t = M_k + \frac{1}{2}P_{pl} = r_k\pi s_k + \frac{1}{2}\cdot 4r_{pl}^2\pi$. Запремина добијеног тела се састоји из запремине купе и запремине полулопте па је $V_t = V_k + \frac{1}{2}V_{pl} = \frac{1}{3}r_k^2\pi H_k + \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}r_{pl}^3\pi$. Заменом одговарајућих вредности добијамо $V_t = \frac{a^3}{24}\pi(\sqrt{3}+2)$.



КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. Упутство: Нацртати графике правих у координатној равни и прочитати коорднате пресечне тачке. Види слику. $(x, y) = (-7, -10)$ $[(x, y) = (-2, 3)]$.





2. Упутство: У другој једначини уместо y писати $\frac{x}{2}+7$. Решење је $(x, y) = (-6, 4)$.

[У првој једначини уместо x писати $-\frac{y}{2}-7$. Решење је $(x, y) = (-5, -4)$.]

3. $(x, y) = (2, -1)$ $[(x, y) = (4, 3)]$

4. Упутство: Формирати систем једначина и $2(a + 4) + 2 \cdot 2b = 22 + 14$. Решавањем система и израчунавањем површина оба правоугаоника добијамо да ће се површина повећати за $48cm^2$.

[Упутство: Формирати систем једначина $2a + 2b = 30$ и $2(a + 3) + 2\cdot\frac{b}{2}=30 - 2$. Решавањем система и израчунавањем површина оба правоугаоника добијамо да ће се површина смањити за $16cm^2$].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. $M = 192\pi\ cm^2$ $[M = 150\pi\ cm^2]$.

2. $P = 378\pi\ cm^2$, $V = 972\pi\ cm^2$ $[P = 528\pi\ cm^2, V = 1440\pi\ cm^2]$.

3. $D = 3\sqrt{29}\text{cm}$ $[D = 3\sqrt{61}\text{cm}]$.

4. $V = 432\pi\ \text{cm}^3$ $[V = 294\pi\ \text{cm}^3]$

ДРУГИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. $(x, y) = (-3, -3)$ $[(x, y) = (8, 9)]$.

3. $\frac{V_k}{V_v} = \frac{4}{\pi}$ $\left[\frac{V_k}{V_v} = \frac{2}{\pi}\right]$.

4. $V = 100\pi\ \text{cm}^3$ $[P = 385\pi\ \text{cm}^2]$.

5. $r = 3\text{cm}, V = 36\pi\ \text{cm}^3$ $[r = 6\text{cm}, V = 288\pi\ \text{cm}^3]$.