МАТЕМАТИЧКИ ЛИСТ 2015/16. бр. L-4

РЕЗУЛТАТИ, УПУТСТВА ИЛИ РЕШЕЊА ЗАДАТАКА
ИЗ РУБРИКЕ ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

III разред

1. а) $30 \cdot 5 = 150$; б) $120 \cdot 3 = 360$; в) $205 \cdot 4 = 820$; г) $345 \cdot 2 = 690$;
д) $80 : 4 = 20$; ђ) $240 : 6 = 40$; е) $628 : 2 = 314$; ж) $318 : 3 = 106$.

2. а) $9 \cdot 8 = 72$, јесте; б) није, јер је $500 : 5 = 100$; в) $180 : 3 = 60$, јесте.

3. а) Половина броја 500 је $500 : 2 = 250$;
б) Петина броја 1000 износи $1000 : 5 = 200$;
в) Пола сата има $60 : 2 = 30$ минута;
г) Четвртина метра има $100\text{cm} : 4 = 25\text{cm}$.

4.

a	120	125	61	10
b	5	4	7	3
$a \cdot b$	600	500	427	300

a	450	279	654	800
b	5	9	6	80
$a : b$	90	31	109	10

5. Скупу решења дате неједначине припадају:
а) 23, 175, 386, 548; б) 386, 548, 793; в) 175, 386, 548; г) 175, 386, 548.

6. а) Маса целе јабуке износи $200\text{g} \cdot 2 = 400\text{g}$;
б) Цела пица стаје $160 \cdot 4 = 640$ динара;
в) Дужина целе дужи AB је $25\text{cm} \cdot 5 = 125\text{cm}$.

7. а) $52 : 8$ је 6 и остатак 4; б) $351 : 7$ је 50 и остатак 1; в) $432 : 5$ је 86 и остатак 2.
Провера: а) $8 \cdot 6 + 4 = 52$; б) $7 \cdot 50 + 1 = 351$; в) $5 \cdot 86 + 2 = 432$.

8. а) $3 \cdot 120\text{km} = 360\text{km}$; б) $120\text{km} : 2 = 60\text{km}$; в) $120\text{km} : 3 = 40\text{km}$;
г) Како је $15\text{min} = \frac{1}{4}\text{h}$, то ће за 15min аутомобил прећи $120\text{km} : 4 = 30\text{km}$.

9. а) $4 \cdot x = 420$, $x = 420 : 4$, $x = 105$;
б) $x : 3 = 170$, $x = 170 \cdot 3$, $x = 510$;
в) $x \cdot 7 = 283 + 74$, $x \cdot 7 = 357$, $x = 357 : 7$, $x = 51$;
г) $(346 - 196) : x = 10$; $150 : x = 10$; $x = 150 : 10$; $x = 15$.
Дакле, 501 није решење ниједне од датих једначина.

10. а) $(143 + 257) : 5 = 400 : 5 = 80$; б) $870 - 432 : 6 = 870 - 72 = 798$.

11. а) $1\text{kg} = 1000\text{g}$, те је $\frac{1}{2}\text{kg} = 1000\text{g} : 2 = 500\text{g}$. Тада је $\frac{1}{2}\text{kg} + 500\text{g} = 500\text{g} + 500\text{g} = 1000\text{g} = 1\text{kg}$.

б) Како је $1\text{h} = 60\text{min}$, то је $\frac{1}{3}\text{h} = 60\text{min} : 3 = 20\text{min}$, те је $\frac{1}{3}\text{h} + 25\text{min} = 20\text{min} + 25\text{min} = 45\text{min}$, што је мање од 1 часа. Дакле, $1\text{h} > \frac{1}{3}\text{h} + 25\text{min}$.

в) Како је $1\text{m} = 1000\text{mm}$, $1\text{dm} = 100\text{mm}$, $1\text{cm} = 10\text{mm}$, тада је $\frac{1}{4}\text{m} + 300\text{mm} = 1000\text{mm} : 4 + 300\text{mm} = 250\text{mm} + 300\text{mm} = 550\text{mm}$, а $\frac{1}{10}\text{cm} + 6\text{dm} = 10\text{mm} : 10 + 600\text{mm} = 1\text{mm} + 600\text{mm} = 601\text{mm}$. Тада је $\frac{1}{4}\text{m} + 300\text{mm} < \frac{1}{10}\text{cm} + 6\text{dm}$.

12. То су бројеви 498, 508, 518, 528 и 538.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Множење и дељење

1. а) 620 [590]; б) 900 [1000]; в) 836 [921]; г) 740 [630].

2. а) 312 [132]; б) 109 [104]; в) 65 [87].

3. а) Једна свеска кошта $375 : 3 = 125$ [$460 : 4 = 115$] динара.
б) 8 свесака кошта $125 \cdot 6 = 750$ динара [8 свесака кошта $115 \cdot 8 = 920$ динара].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Једначине и неједначине

1. а) $x = 804 : 4$, $x = 201$; б) $x = 245 : 5$, $x = 49$; в) $x = 326 \cdot 3$, $x = 978$; г) $x = 560 : 8$, $x = 70$.
[а) $x = 203$; б) $x = 43$; в) $x = 868$; г) $x = 60$.]

2. $x \cdot 6 = 498$, $x = 498 : 6$, $x = 83$ [$x : 7 = 82$, $x = 82 \cdot 7$, $x = 574$].

3. а) Скупу решења неједначине $x > 337$ припадају бројеви 370, 373, 377 и 703.
[Скупу решења неједначине $x < 242$ припадају бројеви 24, 42, 204, 224 и 240.]
б) Решења неједначине $x \leq 342$ су бројеви 342, 341, 340, 339, 338, ..., па је највећи природан број који припада скупу решења неједначине 342.
[Решења неједначине $x \geq 263$ су бројеви 263, 264, 265, 266, ..., па је најмањи природан број који припада скупу решења неједначине 263.]

4. То су бројеви 248, 250, 252 и 254 [То су бројеви 435, 437, 439 и 441].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Разломци

1. $120 : 2 = 60$. Тачан одговор је под в) [$150 : 3 = 50$. Тачан одговор је под б)].

2. а) $465 : 5 = 93$ [$372 : 4 = 93$]; б) $735 : 7 = 105$ [$624 : 6 = 104$].

3. Како у целој торти има <u>четири четвртине</u>, то цела торта стаје $4 \cdot 155 = 620$ динара.
[Како у целој торти има <u>пет петина</u>, то цела торта стаје $5 \cdot 124 = 620$ динара.]

4. а) Јован је данас прочитао $279 : 9 = 31$ [$328 : 8 = 41$] страну.
б) Треба да прочита још $279 - 31 = 248$ [$328 - 41 = 287$] страна.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Дељење са остатком

1. а) количник је 7 и остатак 2 [количник је 8 и остатак 3];
б) количник је 31 и остатак 2 [количник је 41 и остатак 1];
в) количник је 52 и остатак 4 [количник је 43 и остатак 4].

2. Како је $147 = 6 \cdot 24 + 3$, може се направити 24 паковања. Неспаковане ће остати 3 чоколаде.
[Како је $139 = 6 \cdot 23 + 1$, може се направити 23 паковања. Неспакована ће остати 1 чоколада.]

3. $x = 45 \cdot 8 + 3 = 360 + 3 = 363$ [$x = 35 \cdot 8 + 7 = 280 + 7 = 287$].

IV разред

1. а) 11908; б) 2; в) 2692; г) 1233.

2. а) $x = 15$; б) $x = 851$; в) $x = 25$.

3. а) 17; б) 27; в) 196.

4. г) 2016. $(2016 : 8) + 3 \cdot (753 - 165) = 252 + 3 \cdot 588 = 252 + 1764 = 2016$.

5. а) $x = 12$; б) $x = 25$; в) $x = 7$; г) $x = 81$.

6. а) $x < 20$; б) $x > 5$; в) $x > 17$; г) $x > 52$.

7. а) Брат и сестра су на почетку имали по 36 бомбона. Када је сестра дала брату трећину својих бомбона, тада је она имала $\frac{2}{3}$, а брат $\frac{4}{3}$ почетног броја бомбона. Дакле, брат има $\frac{2}{3}$ почетног броја бомбона више од сестре. То износи 24 бомбоне. Значи да је почетни број бомбона $(24 : 2) \cdot 3 = 36$.

8. а) $(6765 - 15) : 950 = 7$; б) $6765 : (965 - 950) = 451$.

9. а) Тезга треба да је удаљена 10 km од првог винограда (15 km од другог). Ако раздаљину између првог винограда и тезге означимо са x, онда је $140 + 4x = 120 + 4 \cdot (25 - x)$, значи да је $x = 10$km. Тада је цена килограма грожђа из првог винограда 180 динара ($140 + 4 \cdot 10 = 180$). Цена килограма грожђа из другог винограда је такође 180 динара ($120 + 4 \cdot 15 = 180$).

10. г) 1.

$$2 \cdot (128 + 329) - x > 24 \cdot 38;$$
$$2 \cdot 457 - x > 912;$$
$$914 - x > 912;$$
$$x < 914 - 912;$$
$$x < 2, \ \ x = 1.$$

11. в) Аца је имао 26 кликера. Ако број Ациних кликера износи три четвртине Пециних кликера, значи да је укупан број кликера седам четвртина Пециних кликера. Ако је седам четвртина Пециних кликера 49, онда је једна четвртина 7 кликера. Значи да је Пеца имао 28 кликера ($7 \cdot 4 = 28$), а Аца 21 кликер ($3 \cdot 7 = 21$). На почетку је Аца имао $21 + 5 = 26$ кликера.

12. б) Дужина целог пута је 200 километара. Ако аутобус треба да пређе још $\frac{3}{8}$ пута и 25 километара, значи да је дужина целог пута $\frac{6}{8}$ пута и 50 километара. Значи, $\frac{2}{8}$ пута је 50 километара, а $\frac{1}{8}$ пута је 25 километара. Дужина целог пута је 200 километара.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Разломци

1. а) 50 [40]; б) 600 [400]; в) 48 [63].

2. а) 216 [252]; б) 648 [1260]; в) 2460 [2624] .

3. а) 600 [840]; б) 135 [120].

ЧЕТВРТИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. а) 1560 [1370]; б) 23 [29]; в) 420 [440]; г) 28 [82].

2. а) $x = 315$ [$x = 168$]; б) $x = 2000$ [$x = 1000$].

3. а) $x < 5, x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ [$x < 4, x \in \{0, 1, 2, 3\}$];
б) $x \geq 101, x \in \{101, 102, 103, ...\}$ [$x \geq 202, x \in \{202, 203, 204, ...\}$].

4. а) 348 [435]; б) 927 [824].

5. Књига кошта 1500 динара, а свеска 60 динара [Књига кошта 1000, а свеска 120 динара].

V разред

1. а) $\frac{2}{5}\cdot 1\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$; б) $1\frac{2}{5}:\frac{1}{5}=7$; в) $2{,}5 \cdot 0{,}2 = 0{,}5$; г) $1{,}8 : 0{,}2 = 9$.

2.

a	0,6	15	0,03
$0{,}1\cdot a$	0,06	1,5	0,003
$a:2$	0,3	7,5	0,015

3. 1) б); 2) г).

4.

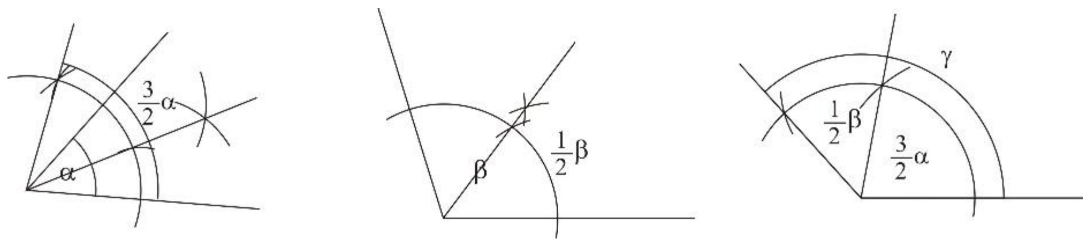
a	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{15}$
$\frac{3}{4}a+\frac{1}{5}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$
$\left(a:\frac{1}{5}\right)\cdot 1\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	3	2

5. в).

6. в).

7. Број оса симетрије фигура на слици, редом: 1, 1, 1, 2, 4, 1, 0.

8.

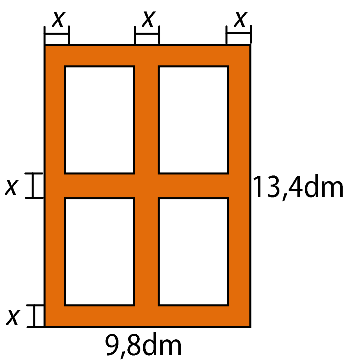


9. 20 пута [18 пута].

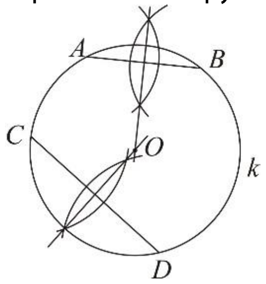
10. Ако би се стаклени делови спојили добио би се правоугаоник страница:

$$9{,}8\text{dm} - 3 \cdot 1\text{dm} = 6{,}8\text{dm} \quad \text{и} \quad 13{,}4\text{dm} - 3 \cdot 1\text{dm} = 10{,}4\text{dm}.$$

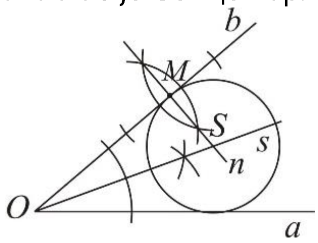
Површина тог правоугаоника је $6{,}8\text{dm} \cdot 10{,}4\text{dm} = 70{,}72\text{dm}^2$.
Површина целог прозора је $9{,}8\text{dm} \cdot 13{,}4\text{dm} = 131{,}32\text{dm}^2$.
Површина дрвених делова је $131{,}32\text{dm}^2 - 70{,}72\text{dm}^2 = 60{,}6\text{dm}^2$.



11. Центар круга је пресечна тачка симетрала тетива кружнице k.



12. Прво треба конструисати симетралу s угла aOb, а затим праву n која садржи тачку M и нормална је на крак Ob. Права n сече симетралу s у тачки S, што значи да је дуж MS полупречник уписане кружнице, а тачка S је њен центар.



КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Множење и дељење разломака

1. а)1; б) $\frac{4}{9}$; в) $\frac{9}{4}$ [а) $\frac{3}{2}$; б) $\frac{24}{25}$; в) $\frac{25}{24}$].

2. $\frac{3}{5}$ $\left[\frac{19}{25}\right]$.

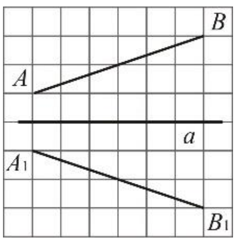
3. а) То је број 4 [6,25].

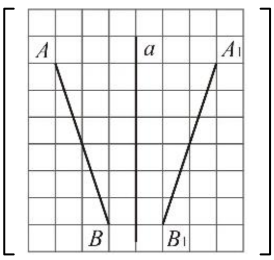
4. 145 динара [70 динара].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Осна симетрија

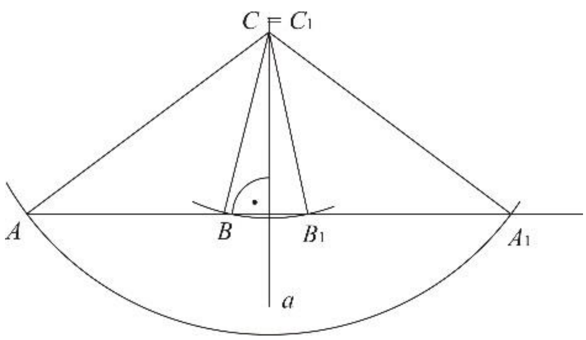
1.

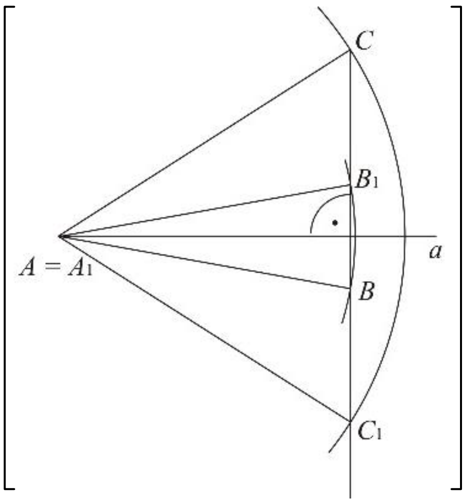




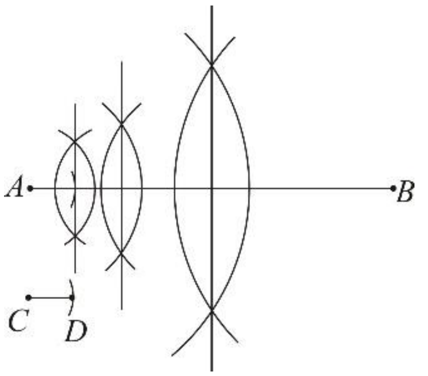
2. $\measuredangle MNP = \measuredangle ABC$ [$\measuredangle MPN = \measuredangle CAB$]; $MP = AC$ [$NP = AB$].

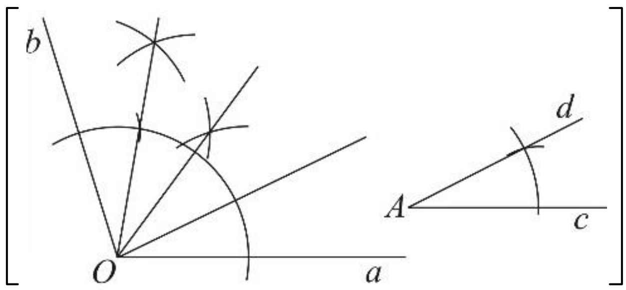
3.





4.





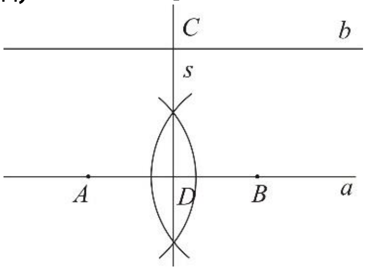
ЧЕТВРТИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

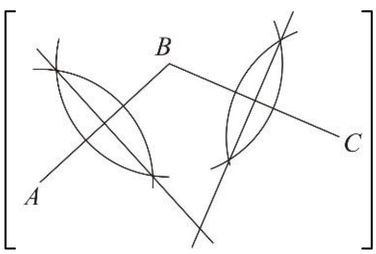
1. а) 13,4; б) $\frac{5}{4}$ [а) $\frac{2}{3}$; б) 60].

2. $A = 3, B = \frac{5}{4}, \frac{A}{B} = 2\frac{2}{5}$ [$A = \frac{1}{20}, B = 0{,}2, \frac{A}{B} = \frac{1}{4}$].

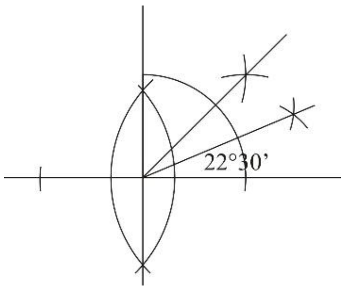
3. а) 0,7; б) 0,1 [а) 6,4; б) $2\frac{3}{5}$].

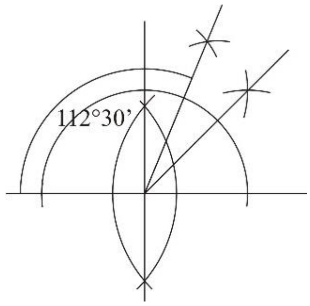
4. Конструисати праву нормалну на праву *a* која садржи произвољну тачку *D*. Та права сече праву *b* у тачки *C*. Дуж *CD* је растојање између паралелних правих *a* и *b*. [Тачка *M* припада симетралама дужи *AB* и *BC*.]





5.





VI разред

1. а) $-\frac{2}{25}$; б) $\frac{3}{2}$; в) $-0{,}2$; г) 2.

2. а) $x=-25$; б) $x=6$; в) $x=-10{,}8$; г) $x=-2$.

3. Тачан одговор је под в).

4. Вредности израза су:

$a=\left(\frac{3}{40}-0{,}25\right):\left(-\frac{5}{4}\right)+1{,}125=1{,}265$; $b=\frac{3}{40}-0{,}25:\left(-\frac{5}{4}\right)+1{,}125=1{,}4$;

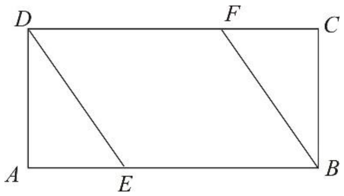
$c=\frac{3}{40}-0{,}25:(-\frac{5}{4}+1{,}125)=\frac{83}{40}$; $d=\left(\frac{3}{40}-0{,}25\right):\left(-\frac{5}{4}+1{,}125\right)=\frac{7}{5}$.

а) Највећу вредност има израз c; б) Најмању вредност има израз a.

5. $x=-\frac{27}{40}$.

6. $BC=AD=10\text{cm}$, $AB+CD=2\cdot 40\text{cm}^2:5\text{cm}=16\text{cm}$. Обим је 36cm.

7. Површина правоугаоника $ABCD$ је 32cm^2. Површине подударних троуглова AED и BCF су по 6cm^2. Површина ромба је 20cm^2.



8. Апсолутну вредност израза је 9.

9. $x\geq\frac{31}{2}$.

10. Површина квадрата ABCD је 10cm^2 .

11. Тачан одговор је под в).

12. *Упутство*. Доцртај дужи FG и HE. Троуглови EBF, FCG, GDH, HAE су подударни. Објасни зашто. Четвороугао $EFGH$ је квадрат. Докажи! Површина квадрата $EFGH$ је једнака разлици површине квадрата $ABCD$ и збира површина троуглова EBF, FCG, GDH, HAE. Осенчена површина је половина површине квадрата $EFGH$. Осенчена површина је 26cm^2.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Множење и дељење рационалних бројева

1. а) $-\frac{26}{7}$ $\left[\frac{179}{10}\right]$; б) 4 $[-9]$.

2. $-1{,}3$ $[-1{,}33]$.

3. $x=\frac{25}{2}$ $\left[-\frac{27}{2}\right]$.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Површина троугла и четвороугла

1. Површина троугла је 21,28cm^2 [26,88cm^2].

2. Дужина друге дијагонале је 8cm [10cm].

3. Површина правоугаоника је 18,75cm^2 [49cm^2].

ЧЕТВРТИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. $-\frac{85}{18}$ $\left[\frac{25}{72}\right]$.

2. -2 $[-2]$.

3. $x=-\frac{9}{100}$ $\left[\frac{5}{3}\right]$.

4. Обим тог правоугаоника је 15,5cm [20,5cm].

5. Површина је 112cm^2 [32cm^2].

VII разред

1. г).

2. б) $\beta = 40°$.

3. б).

4. а) $2a^8 + 8a^4 = 2a^4(a^4 + 4)$; б) $6y^2 - 24 = 6(y + 2)(y - 2)$.

5. Круг је подељен на 15 подударних кружних исечака. Централни угао који одговара петнаестини кружнице је $\varphi = 24°$.

$$O = \left(\frac{6\pi \cdot 24°}{180°} + 12\right)\mathrm{cm} = (0{,}8\pi + 12)\mathrm{cm}, \quad P = \frac{36\pi \cdot 24°}{360°}\mathrm{cm}^2 = 2{,}4\pi\ \mathrm{cm}^2.$$

6. в) 4π.

7. г) 16π.

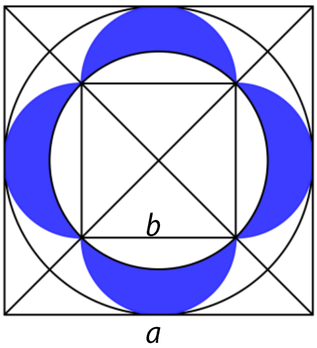
8. $PQ = 3{,}6\mathrm{cm}$, $PR = 5{,}6\mathrm{cm}$.

9. а) 2 или -1.
б) $b(b^2 - 81) = 0$, $b(b - 9)(b + 9) = 0$. Решења су: 0 или 9 или -9.
в) $b(b^2 - 6b + 9) = 0$, $b(b - 3)^2 = 0$. Решења су: 0 или 3.

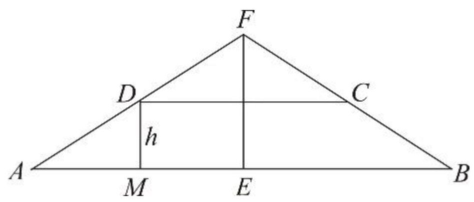
10. Центри малих кругова су темена једнакостраничног троугла. Дужина странице тог троугла је 6 cm. Полупречник r великог круга је једнак збиру полупречника малог круга r_1 и полупречника круга r_2 описаног око троугла чија су темена центри малих кругова.

$$r = r_1 + r_2, \quad r = (3 + 2\sqrt{3})\mathrm{cm}.$$

11. Површина P осенчених делова једнака је $P = 4 \cdot \left(\left(\frac{b}{2}\right)^2 \pi : 2 - \left(\left(\frac{b\sqrt{2}}{2}\right)^2 \pi : 4 - \frac{b^2}{4}\right)\right)$ односно $P = b^2$. Површина већег круга је $P_1 = b^2\pi$. Значи, $P : P_1 = b^2 : b^2\pi = 1 : \pi$.



12. а) Прво треба израчунати крак AD из троугла ADM. $AD^2 = AM^2 + MD^2$, $AD = 5\mathrm{cm}$. Троуглови ABF и CDE су слични, одакле следи да су им странице пропорционалне. Како је $AF : DF = AB : DC$, $(AD + DF) : DF = 16 : 8$ одакле следи да је $DF = 5\mathrm{cm}$. Или, како су троуглови ABF и CDE слични, а $AB = 2CD$ следи и да је $AF = 2DF$, односно $AD = DF$.
б) $FE = 6\mathrm{cm}$.



КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Растављање полинома на чиниоце

1. Треба допунити редом са: а) $3a$, a^5; б) $2a$; в) 4, $x-4$ [а) $2x^3$, 1; б) 2; в) $3a$, $3a-1$].

2. а) $2a^2(3+2a^3)$; б) $4y(3x-y)$ [а) $4x^5(2x-1)$; б) $3a(b^2+3a)$].

3. а) $(a+3)^2$; б) $4(x-3)(x+3)$ [а) $4(2a+1)(2a-1)$; б) $(3b-1)^2$].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Круг

1. Централни угао је 72°, периферијски 36° [Централни угао је 45°, периферијски 22° 30′].

2. $O_2 - O_1 = 24\pi$ cm [$O_1 - O_2 = 1{,}6\pi$ cm].

3. $r = 6$cm [$r = 12$cm].

4. $P_i = 6\pi$ cm^2 [$P_i = 5{,}25\pi$ cm^2].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Сличност троуглова

1. 14,4cm [60km].

2. Трећи угао троугла ABC је 78°. Троуглови ABC и DEF имају по два једнака угла, што значи да су слични. [Трећи угао троугла ABC је 74°, $\Delta ABC \sim \Delta DEF$].

3. 12,6cm [5,6cm].

ЧЕТВРТИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. а) $2a^2(1-10a)$; б) $(a-9)(a+9)$; в) $(2-x)^2$ [а) $2x^2(7x+1)$; б) $(1-4a)(1+4a)$; в) $(x+5)^2$].

2. Централни углови који одговарају катетама износе 70° и 110°.
[Централни угао који одговара краку је 136°, а основици 88°].

3. $r = 2\sqrt{2}$ cm, $O = 4\sqrt{2}\pi$ cm, $P = 8\pi$ cm^2 [$r = 10$cm, $O = 20\pi$ cm, $P = 100\pi$ cm^2].

4. 135°, $O = (8+3\pi)$cm [80°, $O = (6+\frac{4\pi}{3})$cm].

5. Обим датог троугла је $O = 27$cm. Обими два слична троугла су пропорционални одговарајућим страницама. Обим сличног O_1 троугла рачунамо из пропорције $12 : 20 = O : O_1$, $O_1 = 45$cm.
[Обим сличног O_1 троугла рачунамо из пропорције $6 : 3{,}6 = O : O_1$, $O_1 = 16{,}2$cm].

VIII разред

1. Ако први број означимо са *x*, а други са y добијамо систем једначина

$$\begin{aligned} x + y &= \frac{1}{2} \\ x - y &= -\frac{1}{4} \end{aligned}.$$

Сабирањем једначина система добијамо да је $x = \frac{1}{8}$, а одузимањем добијамо да је $y = \frac{3}{8}$. Тражени бројеви су $\frac{1}{8}$ и $\frac{3}{8}$.

2. Полупречник основе ваљка је 0,7dm = 7cm, а висина ваљка је 14cm. Основа ваљка има површину $B = 7^2 \cdot \frac{22}{7}\text{cm}^2 = 7 \cdot 22\text{cm}^2 = 154\text{cm}^2$. Омотач ваљка има површину $M = 2 \cdot 7 \cdot \frac{22}{7} \cdot 14\text{cm}^2$ $= 2 \cdot 22 \cdot 14\text{cm}^2 = 616\text{cm}^2$. Површина ваљка је $P = 2 \cdot 154\text{cm}^2 + 616\text{cm}^2 = 308\text{cm}^2 + 616\text{cm}^2 = 924\text{cm}^2$. Запремина ваљка је $V = 154\text{cm}^2 \cdot 14\text{cm} = 2156\text{cm}^3$.

3. Изводница купе је 17cm, а висина купе је 15cm. Применом Питагорине теореме записујемо $17^2 + 15^2 = r^2$, где *r* означава полупречник основе купе. Рачунањем добијамо да је полупречник основе 8cm.

4. Поред уобичајених метода решавања система једначина овај систем можемо решити и на следећи начин: Заменимо $2x - 3y$ са *a*, а $2x + 3y$ са *b* добићемо линеарне једначине $5a - 4 = 21$ и $3b + 5 = 2$ чија су решења редом бројеви 5 и −1. Полазни систем сада постаје $2x - 3y = 5$ и $2x + 3y = -1$. Сабирањем једначина система добијамо да је $4x = 4$, а одузимањем добијамо да је $-6y = 6$. Решење система једначина је $(x, y) = (1, -1)$.

5. Из услова $r : H = 2 : 3$ закључујемо да је $r = 2k$ и $H = 3k$. Како је површина омотача једнака $M = 2r\pi H$, односно $96\pi = 2 \cdot 2k \cdot \pi \cdot 3k$, одакле је $k^2 = 8$ и $k = 2\sqrt{2}$. Полупречник ваљка је и $r = 4\sqrt{2}$, а висина је $H = 6\sqrt{2}$, па је запремина $V = (4\sqrt{2})^2 \pi \cdot 6\sqrt{2}\text{cm}^3 = 192\pi\sqrt{2}\text{cm}^3$.

6. Из податка да је површина основе купе $B = 144\pi\ \text{cm}^2$ израчунавамо полупречник основе купе користећи $r^2\pi = 144\pi\ \text{cm}^2$ и добијамо да је $r = 12\text{cm}$. Из податка да је површина омотача купе $M = 240\pi\ \text{cm}^2$ израчунавамо изводницу купе користећи $rs\pi = 240\pi\ \text{cm}^2$ и добијамо да је $s = 20\text{cm}$. Применом Питагорине теореме добијамо да је висина купе $H = 16\text{cm}$. Запремина купе је

$$V = \frac{1}{3} r^2 \pi H = \frac{1}{3} \cdot (12\text{cm})^2 \pi \cdot 16\text{cm} = 768\pi\ \text{cm}^3.$$

7. Из $V = \frac{4}{3} r^3 \pi$ добијамо да је $288\pi\ \text{cm}^3 = \frac{4}{3} r^3 \pi$ па је $r^3 = 288 : \frac{4}{3}\text{cm}^3 = 216\text{cm}^3$. Како је $216 = 6^3$ то је $r^3 = 6^3\text{cm}^3$, одакле је $r = 6\text{cm}$. Површина лопте је $P = 4r^2\pi = 4 \cdot 6^2\pi = 144\pi\ \text{cm}^2$.

8. Пресек равни и ваљка је правоугаоник чије су странице тетива дужине 8cm и висина ваљка *H*. Из површине пресека рачунамо висину ваљка $H = 24\sqrt{2}\text{cm}^2 : 8\text{cm}$ и добијамо да је $H = 3\sqrt{2}\text{cm}$. Тетива је хипотенуза једнакокрако правоуглог троугла чије су катете полупречници основе, па је $8^2 = r^2 + r^2$ одакле добијамо да је $r = 4\sqrt{2}\text{cm}$. Површина ваљка је

$$P = (2 \cdot (4\sqrt{2})^2 \pi + 2 \cdot 4\sqrt{2}\pi \cdot 3\sqrt{2})\text{cm}^2 = (64\pi + 48\pi)\text{cm}^2 = 112\pi\ \text{cm}^2.$$

Запремина ваљка је $V = (4\sqrt{2})\pi \cdot 3\sqrt{2}\text{cm}^3 = 96\pi\sqrt{2}\text{cm}^3$.

9. Из односа $B : M = 3 : 4$, односно $r^2\pi : 2r\pi H = 3 : 4$ добијамо да је $r : 2H = 3 : 4$ то јест $r : H = 3 : 2$ или $r = 3k$ и $H = 2k$. Површина осног пресека ваљка је $2r \cdot H = 108\text{cm}^2$ или $6k \cdot 2k = 108\text{cm}^2$. Из једначине $12k^2 = 108$ добијамо да је $k = 3$, $r = 9\text{cm}$ и $H = 6\text{cm}$. Површина ваљка је $270\pi\ \text{cm}^2$, а његова запремина је $486\pi\ \text{cm}^3$.

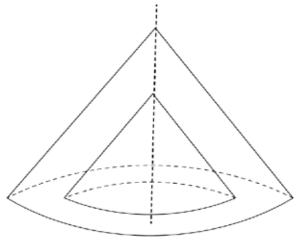
10. У правоуглом троуглу катета наспрам угла од 30° једнака је половини хипотенузе, односно $H = \frac{s}{2} = \frac{9}{2}\text{cm}$. Примењујући Питагорину теорему израчунавамо да је $r = \frac{9}{2}\sqrt{3}\text{cm}$. Површина купе је $P = \left(\frac{9}{2}\sqrt{3}\right)^2 \pi + \frac{9}{2}\sqrt{3}\pi \cdot 12$, па је површина једнака

$$P = \left(\frac{243}{4}\pi + 54\sqrt{3}\pi\right)\text{cm}^2 = \frac{27}{4}\pi(9 + 8\sqrt{3})\text{cm}^2.$$

Запремина купе је $V = \frac{1}{3}\left(\frac{9}{2}\sqrt{3}\right)^2 \pi \cdot \frac{9}{2}\text{cm}^3 = \frac{729}{8}\pi\ \text{cm}^3$.

11. Трећина површине круга полупречника 12cm је $48\pi\ \text{cm}^2$ представља површину омотача купе, а полупречник круга је изводница купе. Из $M = r\pi s$, односно $48\pi = r\pi \cdot 12$, добијамо да је $r = 4\text{cm}$ површина основе је $16\pi\ \text{cm}^2$, а површина целе купе је је $64\pi\ \text{cm}^2$. Применом Питагорине теореме добијамо да је висина купе $H = 8\sqrt{2}\text{cm}$, а запремина купе $V = \frac{128\pi\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$.

12. Настало тело је ограничено кружним прстеном који преставља разлику површина основа велике и мале купе, као и површинама омотача велике и мале купе.



Ако елементе велике купе означимо редом симболима r_1, s_1 и H_1 биће $r_1 = 6\text{cm}$, $s_1 = 12\text{cm}$ и $H_1 = 6\sqrt{3}\text{cm}$. Ако елементе мале купе означимо редом симболима r_2, s_2 и H_2 биће $r_2 = 3\text{cm}$, $s_2 = 6\text{cm}$ и $H_2 = 3\sqrt{3}\text{cm}$. Површина тела ће бити $P = (6^2 - 3^2)\pi + 6 \cdot 12\pi + 3 \cdot 6\pi$, што даје да је $P = 27\pi + 72\pi + 18\pi$, па је $P = 117\pi\ \text{cm}^2$. Запремина тела је

$$V = (6^2\pi \cdot 6\sqrt{3} - 3^2\pi \cdot 3\sqrt{3})\text{cm}^3 = (216\pi\sqrt{3} - 27\pi\sqrt{3})\text{cm}^3 = 189\pi\sqrt{3}\text{cm}^3.$$

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. $P_p = 216\text{cm}^2$ $[P_p = 270\text{cm}^2]$.

2. $P = 168\pi\ \text{cm}^2$, $V = 288\pi\ \text{cm}^3$ $[P = 1008\pi\ \text{cm}^2, V = 3240\pi\ \text{cm}^3]$.

3. $O = 42\text{cm}$ $[O = 32\text{cm}]$.

4. $P = 128\pi\ \text{cm}^2$, $V = 192\pi\ \text{cm}^3$ $[P = 168\pi\ \text{cm}^2, V = 288\pi\ \text{cm}^3]$

ЧЕТВРТИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. Решавањем система једначина $x : y = 2 : 3$ и $10y + x - (10x + y) = 18$ добија се тражени број 46. [Решавањем система једначина $x : y = 3 : 1$ и $10x + y - (10y + x) = 54$ добија се тражени број 93.]

2. $\alpha = 107° 30'$, $\beta = 72° 30'$ [$\alpha = 52° 30'$, $\beta = 37° 30'$].

3. $V = 49{,}5\pi$ cm^3 [$P = 264\pi$ cm^2].

4. $P = 324\pi$ cm^2, $V = 432\pi$ cm^3 [$P = 200\pi$ cm^2, $V = 320\pi$ cm^3].

5. Површина ће се повећати за 256π cm^2 [Површина ће се смањити за 156π cm^2].