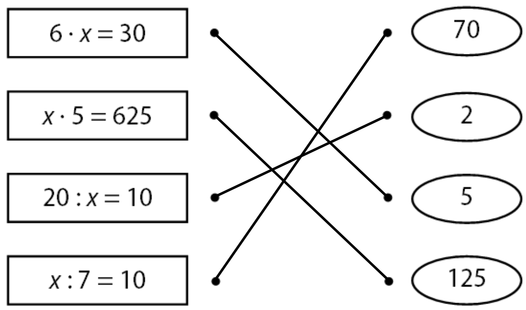
МАТЕМАТИЧКИ ЛИСТ 2016/17. бр. LI-4

РЕЗУЛТАТИ, УПУТСТВА ИЛИ РЕШЕЊА ЗАДАТАКА ИЗ РУБРИКЕ ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

III разред

1. а) $50 \cdot 4 = 200$; б) $130 \cdot 5 = 650$; в) $102 \cdot 6 = 612$; г) $231 \cdot 4 = 924$;
д) $60 : 2 = 30$; ђ) $120 : 3 = 40$; е) $648 : 4 = 162$; ж) $225 : 5 = 45$.

2.



3. а) 2) 50cm; б) 2) 3 месеца; в) 4) 500g; г) 3) 20min.

4.

a	130	235	52	20
b	5	3	8	30
$a \cdot b$	650	705	416	600

a	240	352	742	999
b	2	4	7	3
$a : b$	120	88	106	333

5. а) 70; б) 115; в) 412.

6. а) 3) 600; б) 3) 360; в) 4) 41.

7. а) Количник је 7, а остатак 4. Провера: $7 \cdot 6 + 4 = 46$.
б) Количник је 52, а остатак 2. Провера: $52 \cdot 3 + 2 = 158$.
в) Количник је 79, а остатак 3. Провера: $79 \cdot 9 + 3 = 714$.

8. а) 900 динара; б) 50 динара; в) 75 динара; г) 120 динара.

9. а) $x : 5 = 147$; $x = 147 \cdot 5$; $x = 735$;
б) $x : 3 = 71$; $x = 71 \cdot 3$; $x = 213$;
в) $x \cdot 6 = 540$; $x = 540 : 6$; $x = 90$;
г) $x = 15 \cdot 4 + 1$; $x = 61$.

10. $\frac{1}{5}$ броја 645 је $645 : 5 = 129$. Број који је 4 пута већи од броја 129 је $129 \cdot 4 = 516$.

11. $\frac{1}{4}$ места су заузеле жене, то значи да је било $68 : 4 = 17$ жена, $\frac{1}{2}$ мушкарци то значи да је било $68 : 2 = 34$ мушкараца. Деце је било $68 - 17 - 34 = 17$ исто као и жена.

12. Бројеви четврте стотине су $301 \leq x \leq 400$ или $300 < x \leq 400$. Највећи природан број четврте стотине који при дељењу са 7 има остатак 6 за један мањи од 399 а то је 398.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Множење и дељење

1. а) $52 \cdot 10 = 520$ $[45 \cdot 10 = 450]$; б) $140 \cdot 3 = 420$ $[130 \cdot 4 = 520]$;
в) $203 \cdot 4 = 812$ $[207 \cdot 3 = 621]$; г) $184 \cdot 5 = 920$ $[189 \cdot 5 = 945]$.

2. а) $150 : 2 = 75$ [$120 : 3 = 40$]; б) $230 : 4 = 46$ [$320 : 5 = 64$];
в) $123 : 3 = 41$ [$172 : 4 = 43$]; г) $392 : 8 = 49$ [$342 : 9 = 38$].

3. а) $364 : 4 = 91$ динар [$351 : 3 = 117$ динара];
б) $91 \cdot 9 = 819$ динара [$117 \cdot 8 = 936$ динара].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Једначине и неједначине

1. а) $x = 56$ [$x = 68$]; б) $x = 123$ [$x = 142$]; в) $x = 156$ [$x = 188$]; г) $x = 9$ [$x = 7$].

2. а) 249, г) 165 [а) 512, б) 730].

3. $x \cdot 7 = 889$; $x = 889 : 7$; $x = 127$ [$x : 3 = 215$; $x = 3 \cdot 215$; $x = 645$].

4. $345 \leq x < 401$ [$273 < x \leq 279$].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Разломци

1. а) $\frac{1}{2}$ дана има 12 сати [$\frac{1}{3}$ дана има 8 сати].
б) $\frac{1}{5}$ килограма има 200 грама [$\frac{1}{4}$ килограма има 250 грама].
в) $\frac{1}{10}$ метра има 10 центиметара [$\frac{1}{5}$ метра има 20 центиметара].

2. Први чинилац је $12 : 2 = 6$ [$14 : 2 = 7$], а други је $174 : 3 = 58$ [$162 : 3 = 54$]. Тада је производ $6 \cdot 58 = 348$ [$7 \cdot 54 = 378$].

3. а) Стефан је уштедео $3 \cdot 317 = 951$ [$4 \cdot 215 = 860$] динара.
б) Стефану је остало $951 - 317 = 634$ [$860 - 215 = 645$] динара.
в) не [да].

4. Првог дана је Наташа прочитала $80 : 4 = 20$ страница, остало јој је 60. Другог дана је прочитала $60 : 2 = 30$, укупно је за два дана прочитала 50 страница, значи остало јој је још 30 страница. Одговор: Наташа је трећег дана прочитала 30 страница.
[Наташа је првог дана прочитала $120 : 2 = 60$ страница, остало јој је још 60. Другог дана је прочитала $60 : 3 = 20$, укупно је за два дана прочитала 80 страница, значи остало јој је још 40 страница. Одговор: Наташа је трећег дана прочитала 40 страница].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Дељење са остатком

1. а) $49 : 4$ је 12 и остатак 1 [$53 : 4$ је 13 и остатак 1];
б) $184 : 7$ је 26 и остатак 2 [$192 : 7$ је 27 и остатак 3];
в) $511 : 8$ је 63 и остатак 7 [$534 : 8$ је 66 и остатак 6].

2. Мањи је остатак при дељењу $294 : 5$ [Мањи је остатак при дељењу $411 : 5$].

3. Воја је замислио број $4 \cdot 138 + 3 = 555$ [$3 \cdot 239 + 2 = 719$].

IV разред

1. а) 8624; б) 4; в) 2017; г) 702.

2. а) $x = 15$; б) $x = 414$; в) $x = 23$.

3. а) 27; б) 24; в) 252.

4. б) 2017.
$3 \cdot (753 - 165) + (759 : 3) = 3 \cdot 588 + 253 = 1764 + 253 = 2017$.

5. в) 125.
$x = 12$; $y = 25$; $m = 7$; $n = 81$; $x + y + m + n = 125$.

6. а) $x < 27$, $x \in \{0, 1, 2, 3\ldots 26\}$; б) $x \geq 7$, $x \in \{7, 8, 9, \ldots\}$;
в) $x > 119$, $x \in \{120, 121, 122 \ldots\}$; г) $56 - x \leq 39$; $x \leq 56$ и $x \geq 17$; $x \in \{17, 18, 19 \ldots 56\}$.

7. а) 3984.
Највећи четвороцифрени број чији је збир цифара 24 је број 9960. Петина тог броја је 1992 (јер је $9960 : 5 = 1992$), а две петине тог броја је 3984 (јер је $1\,992 \cdot 2 = 3\,984$).

8. а) $2017 \cdot (252 - 2016 : 8) = 0$;
$2017 \cdot (252 - 252) = 0$;
$2017 \cdot 0 = 0$;

б) $2140 + (2\,016 : 36 - 56) \cdot 123 - 123 = 2017$;
$2140 + (56 - 56) \cdot 123 - 123 = 2017$;
$2140 + 0 \cdot 123 - 123 = 2017$;
$2140 - 123 = 2017$.

9. а) 8.
Ако је укупан број задатака10 и број нетачно решених задатака x, онда је број тачно решених $10 - x$, па је $5 \cdot (10 - x) - 3 \cdot x = 34$; $50 - 5 \cdot x - 3 \cdot x = 34$; $50 - 8x = 34$; $8x = 16$; $x = 2$; $10 - x = 8$. Ненад је тачно решио 8 задатака.
Други начин: Ако је укупан број задатака 10 и број тачно решених задатака x, онда је број осталих задатака $10 - x$, па је $x \cdot 5 - (10 - x) \cdot 3 = 34$; $5 \cdot x - (30 - 3 \cdot x) = 34$; $5x - 30 + 3x = 34 + 30$; $8x = 64$; $x = 8$. Ненад је тачно решио 8 задатака.

10. в) 6.
$x \cdot 14 \geq 24 \cdot 3 + 1$; $x \cdot 14 \geq 73$; $x \geq 73 : 14$; $x > 5$.
Мила треба да купи најмање 6 кесица бомбона.

11. б) Тражени број је 304 50.
Ако се броју избрише последња цифра 0, он постаје 10 пута мањи. Значи да је број 27 405 разлика између траженог броја и његове десетине, то јест, представља девет десетина траженог броја. Једна десетина траженог броја је 3045 ($27405 : 9 = 3045$), а тражени број је 30450 ($3045 \cdot 10 = 30450$).

12. г) Зоран има 1310 динара.
Ако се $\frac{1}{7}$ Горановог новца означи са x, онда се $\frac{1}{10}$ новца који има Зоран може написати као $x + 30$. Пошто је седмина Горановог новца x динара, онда Горан има $7x$ динара. Ако је десетина Зорановог новца $(x + 30)$ динара, онда Зоран има $10 \cdot (x + 30)$ динара. Зоран и Горан имају заједно 2017 динара, па је
$10 \cdot (x + 30) + 7x = 2017$; $10x + 300 + 7x = 2017$; $17x = 2017 - 300$; $x = 1717 : 17$; $x = 101$.
Дакле, седмина Горановог новца је 101 динар, па Горан има 707 динара. Десетина Зорановог новца је 131 динар. То значи да Зоран има 1310 динара.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Разломци

1. а) 60 [70]; б) 800 [1000]; в) 54 [36].

2. а) 102 [119]; б) 306 [595]; в) 165 [176].

3. а) 500 [700]; б) 81 [64].

ЧЕТВРТИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. а) 1230 [1290]; б) 37 [43]; в) 376 [415]; г) 28 [82].

2. а) $x = 162$ [$x = 196$]; б) $x = 2000$ [$x = 1000$].

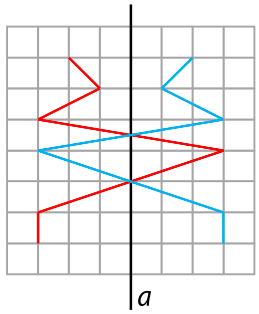
3. а) $x < 5, x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ [$x < 4, x \in \{0, 1, 2, 3\}$];
б) $x \geq 101, x \in \{101, 102, 103, ...\}$ [$x \geq 202, x \in \{202, 203, 204, ...\}$].

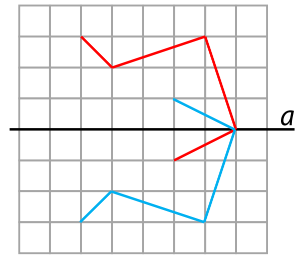
4. Ако је први број x, остали су $x + 1$ и $x + 2$, а њихов збир је $3 \cdot x + 3$. Значи $3 \cdot x + 3 = 2016$, $3 \cdot x = 2013$, $x = 671$, $x + 2 = 673$. Највећи од тих бројева је 673.
[$3 \cdot x + 3 = 2019$, $3 \cdot x = 2016$, $x = 672$, $x + 2 = 674$. Највећи од тих бројева је 674.]

5. Ако је бициклиста прешао $\frac{6}{7}$ пута, значи да му је до циља остала још $\frac{1}{7}$ тог пута, а то је 3 километра. Ако је једна седмина пута 3 километра, онда је цео пут 21 километар. [Ако је аутомобил прешао $\frac{5}{6}$ пута, значи да му је до циља остала још $\frac{1}{6}$ тог пута, а то је 5 километара. Ако је једна шестина пута 5 километара, онда је цео пут 30 километара.]

V разред

1.

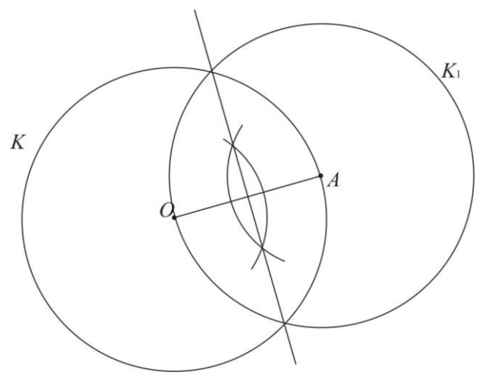




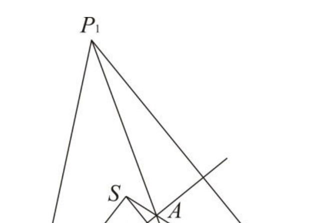
2. 1) а) $3\frac{1}{2}$; 2) в) 13,5.

3. Први ред први број 0,25, и други ред трећи број 0,015.

4.



5.

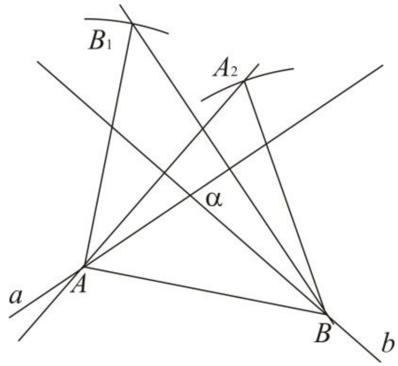


6. г).

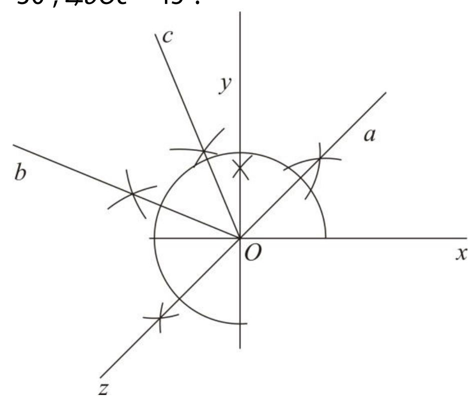
7. а) 10,5cm; б) 7,4cm.

8. Вредност израза *A* је 1,08, израза *B* је 3,5 и израза *C* је 1,05. Најмању вредност има израз *C*.

9.



10. $\measuredangle aOb = 112° \; 30'$, $\measuredangle aOc = 67° \; 30'$, $\measuredangle bOc = 45°$.

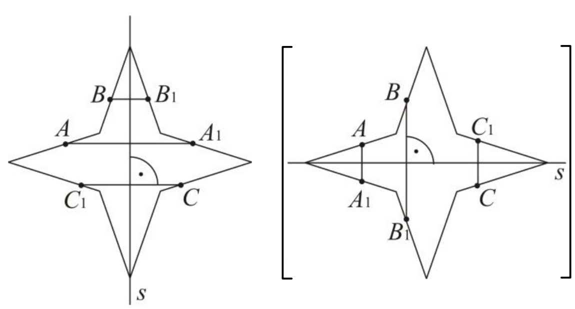


11. а) $\left(2{,}5-\frac{4}{7}\cdot 0{,}7\right)\cdot\frac{1}{5}:1\frac{1}{5}=0{,}35;$ б) $\frac{0{,}6\cdot 6}{4}+\left(2\frac{1}{4}:1{,}8-1{,}2\right)\cdot 2=0{,}9-0{,}1=0{,}8.$

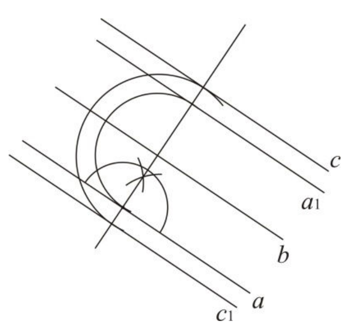
12. а) $a=4\frac{1}{3};$ б) $a=3\frac{1}{8}.$

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

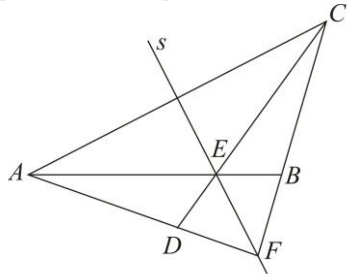
1.



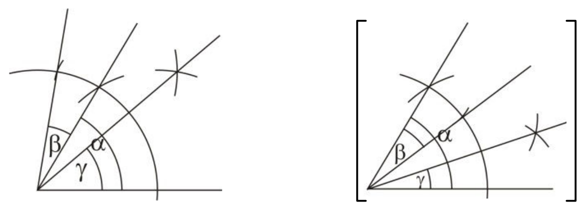
2.



3. Троугао *CDA* [*CDF*] је симетричан троуглу *ABC* [*ABF*].
$AD = CB$ [$AB = CD$]. $\measuredangle AFE = \measuredangle CFE$ [$\measuredangle ABF = \measuredangle CDF$].



4.



КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. а) 52 динара [390 динара].

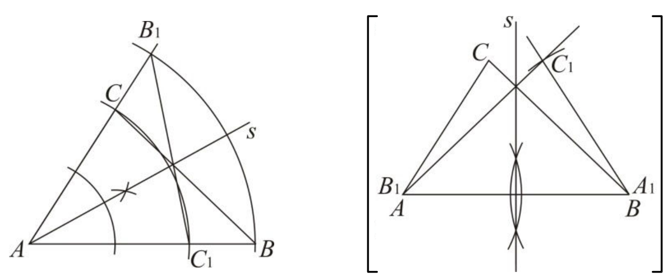
2. 15,15 ари [2,05 килограма].

3. $\frac{1}{8}$ $\left[\frac{14}{15}\right]$.

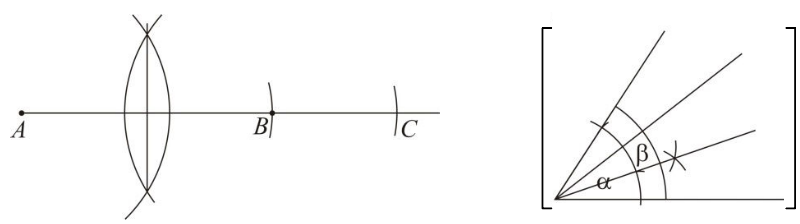
4. $\left(1\frac{3}{7}:0,5\right)\cdot x = 3,\ \ x = \frac{21}{20}$ $\left[\left(1\frac{3}{7}\cdot 0,5\right): x = 3,\ \ x = \frac{5}{21}\right]$.

ЧЕТВРТИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1.



2.



3. $A = \frac{21}{20};\ \ B = 0,5;\ \ C = \frac{5}{16};\ \ A > 1$ $\left[A = 20;\ \ B = 3\frac{1}{5};\ \ C = \frac{3}{8};\ \ C < 1\right]$.

4. а) $\left(\frac{4}{5}:0,2\right)\cdot 3=\frac{4}{5}\cdot 5\cdot 3=12$ $\left[\left(\frac{5}{4}\cdot 0,2\right):3=\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{12}\right]$.

б) $\left(4,5\cdot\frac{1}{3}+1\right)-\frac{3}{5}:0,4=2,5-\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{2}=1$ $\left[\left(1,5:\frac{1}{3}-1\right)+\frac{8}{7}\cdot 0,7=3,5+0,8=4,3\right]$.

5. а) 6 $\left[\frac{2}{9}\right]$; б) $\frac{7}{20}$ $\left[\frac{11}{10}\right]$.

VI разред

1. а) $\frac{4}{5}$; б) –0,2; в) $-\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{15}{4}\right)=3$, 1,5 : (–0,5) = –3, па следи $-\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{15}{4}\right)>1,5:(-0,5)$.
г) 12.

2. а) $x = 2$; б) $x=-\frac{1}{2}$; в) x = 2,5; г) x = 1,5.

3. $P = 3\text{cm}^2$.

4. $a=\frac{3}{10}:(-\frac{5}{4})+\frac{3}{10}\cdot(-\frac{5}{4})=-\frac{6}{25}-\frac{3}{8}=-\frac{123}{200}$, $b=\frac{3}{4}-0,25:(-2,5)-1,25\cdot 0,2=0,75+0,1-0,25=0,6$.
$b > a$.

5. а) $-\frac{9}{16}$; б) $-\frac{1}{16}$.

6. Збир дужина висина троугла ABC је 27,2cm. Збир дужина висина троугла $A_1B_1C_1$ је 25,2cm. Већи збир дужина висина има троугао ABC.

7. 37,5cm^2.

8. Нека је $x > 0$. За 0 < x < 1 је $x<\frac{1}{x}$. За $x = 1$ је $x=\frac{1}{x}$. За $x > 1$ је $x>\frac{1}{x}$.

Нека је $x < 0$. За $x < -1$ је $x<\frac{1}{x}$. За $x = -1$ је $x=\frac{1}{x}$. За $-1 < x < 0$ је $x>\frac{1}{x}$.

9. $\frac{2}{3}-\frac{2}{\frac{3}{4}}=-2$ и $-\frac{1}{6}-\frac{\frac{2}{3}}{4}=-\frac{1}{3}$, па је $\frac{2}{3}-\frac{2}{\frac{3}{4}}<-\frac{1}{6}-\frac{\frac{2}{3}}{4}$.

10. $\frac{x}{\frac{1}{5}}+\frac{y}{0,2}=-50$.

11. Тачан одговор је г) 9cm.

12. $P_{EBCF}=48\frac{1}{3}\text{cm}^2$.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА
Множење и дељење рационалних бројева

1. $-\frac{23}{18}$ $\left[\frac{25}{72}\right]$.

2. $-1,28$ $\left[\frac{7}{23}\right]$.

3. $x=-\frac{16}{125}$ $\left[x=\frac{20}{9}\right]$..

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

Површина троугла и четвороугла

1. $P=56{,}25\text{cm}^2$ $[P=156{,}25\text{cm}^2]$.

2. $P=63\text{cm}^2$ $[P=45{,}5\text{cm}^2]$.

3. $P=72\text{cm}^2$ $[P=48\text{cm}^2]$.

ЧЕТВРТИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. а) $-\frac{58}{7}$ $\left[-\frac{91}{18}\right]$; б) $-\frac{2}{3}$ [7].

2. $x=\frac{57}{50}$ $\left[x=-\frac{1}{4}\right]$.

3. 37,53 [–24,896].

4. $O=30\text{cm}$ $[O=32\text{cm}]$.

5. $P=80\text{cm}^2$ $[P=56\text{cm}^2]$.

VII разред

1. г).

2. б).

3. в).

4. б), г), д).

5. Централни угао већег исечка је $\alpha = (360° : 5) \cdot 4 = 288°$.

Обим већег исечка је: $O=\left(\frac{6\pi\cdot 288^o}{180^o}+12\right)\mathrm{cm}=\left(9,6\pi+12\right)\mathrm{cm}$.

Површина већег исечка је: $P=\frac{36\pi\cdot 288^o}{360^o}\mathrm{cm}^2=28,8\pi\ \mathrm{cm}^2$.

6. а).

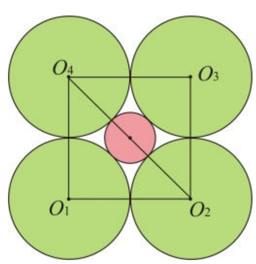
7. в). Упутство: Ако је пречник $BC = 2r$ онда је $AB = 6r$ и $AC = 8r$, па је $r\pi + 3r\pi + 4r\pi = 12\pi$, односно $r = 1{,}5\mathrm{cm}$.

8. Размера одговарајућих страница сличних троуглова је $a : a_1 = 5 : 8$. Нека су b_1 и c_1 одговарајуће странице сличног троугла што значи да је $b : b_1 = 5 : 8$, одакле следи да је $b_1 = 12{,}8$ cm, а из $c : c_1 = 5 : 8$ следи да је $c = 19{,}2\mathrm{cm}$.

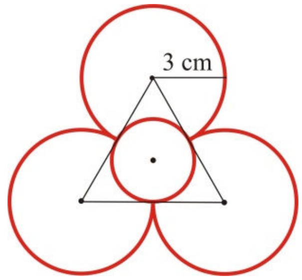
9. а) $(3x-2)(3x-3)=0$, $x\in\left\{1,\ \frac{2}{3}\right\}$; б) $2a^2-14=4$, $2a^2-18=0$, $2(a-3)(a+3)=0$, $a\in\{-3, 3\}$;

в) $4a^2+4a+5=4$, $4a^2+4a+1=0$, $(2a+1)^2=0$, $a\in\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

10. Центри O_1, O_2, O_3, и O_4 кругова су темена квадрата чија је страница $O_1O_2 = 2r$. Из једнакости $O_2O_4=2r\sqrt{2}$, следи $2r+2=2r\sqrt{2}$, тј. $2=2r\sqrt{2}-2r$, $2=2r(\sqrt{2}-1)$, па је $r=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$, односно $r=\sqrt{2}+1$.



11. Привезак се састоји од три подударна кружна лука и једне кружнице. Кружни лук је део кружнице чији је полупречник 3cm. Центри кружница су темена једнакостраничног троугла чија је страница једнака 6cm. Види слику. Централни угао који одговара једном кружном луку је 300°. Дужиина једног кружног лука је $\frac{3\pi\cdot 300^o}{180^o}$ cm односно 5πcm. Дужина странице троугла је 6 cm а полупречник њене уписане кружнице $\sqrt{3}$cm, па је обим те кружнице $2\sqrt{3}\pi$cm. Дужина жице потребне за привезак је $\left(15+2\sqrt{3}\right)\pi\ \mathrm{cm}\approx 57{,}96\mathrm{cm}$.



12. Однос катета троугла ABC је $BC : CA = 3 : 4$. Како је троугао FEB сличан троуглу CAB следи да је $BF : FE = 3 : 4$ односно $BF = 3k$ и $FE = 4k$. Како је $CD : DE = 2 : 1$, то јест $4k : (6 - 3k) = 2 : 1$, следи да је $k = 1{,}2$cm. Странице правоугаоника су $CD = 4{,}8$cm и $DE = 2{,}4$cm, па је његова површина $P = 11{,}52\text{cm}^2$.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. а) $(99 - 1)(99 + 1) = 98 \cdot 100 = 9800$; б) $(88 + 2)^2 = 100^2 = 10000$.
[а) $(12 - 88)(12 + 88) = -7600$; б) $(102 - 2)^2 = 10000$.]

2. а) $2a^3(a^2 + 2)$; б) $2(a + 4)(a - 4)$ [а) $6x^4(1 - 2x)$; б) $3(2x - 1)(2x + 1)$].

3. а) $a \in \{-3\}$; б) $a \in \left\{0, \frac{5}{2}\right\}$ [а) $x \in \{2, -3\}$; б) $b \in \{1\}$].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. $\alpha = 60°, \beta = 46°$ [$\alpha = 54°, \beta = 29°$].

2. Површина другог круга је 25 пута мања од површине првог круга.
[Површина другог круга је 36 пута већа од површине првог круга.]

3. $r = 1{,}8\text{cm},\ P_i = \frac{1{,}8^2\pi}{360}120 = 1{,}08\pi\text{cm}^2$ [$r = 1{,}2\text{cm},\ P_i = \frac{1{,}2^2\pi}{360}120 = 0{,}48\pi\text{cm}^2$].

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. Троуглу ABG су слични троуглови ACF и ADG [Троуглу CDE су слични троуглови BDG и GEF].

2. $BE = 2{,}4$cm [$BC = 1{,}2$cm].

3. Ови троуглови нису слични [Ови троуглови су слични].

ЧЕТВРТИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. а) $6(x - 2y + 3)$; б) $4(a - 5)(a + 5)$; в) $4(3 - x)^2$.
[а) $2a(b - b^2 + 3)$; б) $3(5 - a)(5 + a)$; в) $(6x + 1)^2$.]

2. Централни угао је $\alpha = 36°$, периферијски угао је $\beta = 18°$.
[Централни угао је $\alpha = 300°$, периферијски угао је $\beta = 150°$.]

3. Полупречник описаног круга је $r_o = 6\sqrt{2}$ cm [$4\sqrt{3}$ cm], полупречник уписаног круга је $r_u = 6$ cm [$2\sqrt{3}$ cm]. Површина кружног прстена је: $P_o - P_u = 36\pi$ [36π]cm^2.

4. Полупречник описаног круга правоугаоника је r = 6cm па је централни угао који одговара краћој страници једнак 60°. Површина исечка је $P=\frac{6^2\cdot 60^\circ\pi}{360^\circ}=6\pi\text{ cm}^2$ $[P=\frac{6^2\cdot 120^\circ\pi}{360^\circ}=12\pi\text{ cm}^2]$.

5. $P=486$ [90]cm^2.

VIII разред

1. Решавањем система једначина

$$x + y = 12$$
$$x - y = 2$$

добијамо да су тражени бројеви 7 и 2.

2. Из једначине $2r + H = 20$ израчунавамо да је $r = 6$cm. Површина ваљка је

$$P = (2 \cdot 6^2\pi + 2 \cdot 6 \cdot \pi \cdot 8)\text{cm}^2,$$

односно $P = 168\pi\text{cm}^2$.

3. $H = 12$cm. Из једнакости $2r = H$ израчунавамо да је $r = 6$cm па је запремина купе $V = \frac{1}{3} 6^2 \pi \cdot 12\text{cm}^3$, односно $V = 144\,\pi\text{cm}^3$.

4. Решење првог система је уређени пар бројева $(x, y) = (2, 1)$, другог $(x, y) = (-3, -3)$ и трећег $(x, y) = \left(\frac{13}{14}, -\frac{1}{7}\right)$.

5. Сваки сабирак на левој страни једнакости је природан број мањи од 21. Закључујемо да је $7c < 21$ и да је $c = 1$ или $c = 2$. У случају када је $c = 1$ једначина постаје $a + 2b = 14$. Како су $2b$ и 14 парни бројеви значи да је и a паран број па је a један од елемената скупа $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$. Узимајући за a редом елемента скупа A и замењујући у једначини $a + 2b = 14$ добијамо $b = 6$, $b = 5, 4, 3, 2$ и на крају $b = 1$. У случају када је $c = 2$ једначина постаје $a + 2b = 7$. Како је $2b$ паран број, а 7 непаран закључујемо да је a непаран број па је a један од елемената скупа $B = \{1, 3, 5\}$. Узимајући за a редом елемента скупа B и замењујући у једначини $a + 2b = 7$ добијамо $b = 3$, $b = 2$ и на крају $b = 1$. Све тражене бројеве можемо представити следећом таблицом:

a	2	4	6	8	10	12	1	3	5
b	6	5	4	3	2	1	3	2	1
c	1	1	1	1	1	1	2	2	2

6. Из односа $r : H = 2 : 7$ следи да је $r = 2k$ и $H = 7k$ па је $M = 2 \cdot 2k \cdot \pi \cdot 7k$ што значи да је $448\pi = 28k^2\pi$, одакле је $k = 4$. Полупречник основе ваљка је 8cm, површина основе $B = 64\pi\text{cm}^2$, висина $H = 28$cm и запремина $V = 1792\pi\text{cm}^2$.

7. Ако је висина једнакостраничног троугла 12cm онда је $\frac{a}{2}\sqrt{3} = 12$, па је страница једнакостраничног троугла $a = 8\sqrt{3}$cm. Висина једнакостраничног троугла је висина купе $H = 12$cm, а страница троугла је изводница купе $s = 8\sqrt{3}$cm. Полупречник основе је половина изводнице и износи $r = 4\sqrt{3}$cm. Из тих податка рачунамо да је површина купе $P = \left(\left(4\sqrt{3}\right)^2 \pi + 4\sqrt{3} \cdot 8\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$, то јест $P = 144\pi\text{cm}^2$.

8. Заменом координата тачака A и B у експлицитном облику функције $y = kx + n$ добијамо једначине $5 = -2k + n$ и $-4 = 3k + n$. Решавајући овај систем једначина добијамо да је тражена функција у експлицитном облику $y = -\frac{9}{5}x + \frac{7}{5}$ која после множења са 5 постаје $5y = -9x + 7$, односно $9x + 5y - 7 = 0$.

9. Користећи формулу за површину лопте рачунамо $4r^2\pi = 625\pi$ одакле добијамо да је $r = \frac{25}{2}$. Да би лопту сместили у кутију облика коцке а да истовремено додирује свих 6 страна кутије, онда унутрашња ивица кутије мора бити 25cm. Површина кутије је $P = 6 \cdot 25^2\pi cm^2 = 3750\pi cm^2 \approx 11775 cm^2$. Ова површина представља 80% површине картона који је потребан за израду кутије. Рачунајући $80\% \cdot x = 11775 cm^2$ добијамо да је потребна површина картона $14718{,}75 cm^2$ или приближно $1{,}5 m^2$.

10. Из расположивих података израчунавамо да база ваљка има површину $144\pi cm^2$, односно да је полупречник базе ваљка 12cm. Пресек равни и ваљка је правоугаоник чије су димензије висина ваљка H и она тетива круга у бази која је од центра круга удаљена 7,2cm. Применом Питагорине теореме израчунавамо дужину тетиве $\left(\frac{t}{2}\right)^2 = 12^2 - 7{,}2^2$ и та дужина износи 19,2cm. Површина пресека је $288 cm^2$.

11. Пошто је површина основе купе једнака трећини укупне површине купе, то је површина омотача једнака две трећине површине целе купе. Површина омотача купе је два пута већа од површине базе или $r\pi s = 2r^2\pi$, односно $s = 2r$. Из тога добијамо површину омотача $M = 2r^2\pi$. При развијању омотача купе у исечак, изводница купе s постаје полупречник исечка, а површина омотача купе постаје површина исечка. Дакле $P_i = M$, односно $\frac{s^2\pi\alpha}{360^\circ} = 2r^2\pi$. Пошто је $s = 2r$ последња једнакост постаје $\frac{(2r)^2\pi\alpha}{360^\circ} = 2r^2\pi$, односно $\frac{4r^2\pi\alpha}{360^\circ} = 2r^2\pi$, која после дељења са $2r^2\pi$ постаје $\frac{2\alpha}{360^\circ} = 1$, одакле добијамо да је $\alpha = 180^\circ$.

12. Пошто је $r_v = 1cm$ запремина ваљка је $V_v = 1^2 \cdot \pi \cdot H\ cm^3 = \pi H\ cm^3$. Запремина купе је $V_k = \frac{r_k^2\pi H}{3} cm^3$. Како су запремине ваљка и купе једнаке онда је $\pi H\ cm^3 = \frac{r_k^2\pi H}{3} cm^3$, одакле је $r_k = \sqrt{3} cm$. Површина основе ваљка је $B_v = 1^2 \cdot \pi cm^2 = \pi cm^2$. Површина основе купе купе је $B_k = \sqrt{3}^2 \cdot \pi cm^2 = 3\pi cm^2$. Омотач ваљка је $M_v = 2 \cdot 1 \cdot \pi \cdot H\ cm^2 = 2\pi H\ cm^2$, а омотач купе је $M_k = \sqrt{3} \cdot \pi \cdot s_k cm^2 = \sqrt{3}\pi s_k cm^2$. Знајући да су површине оба тела једнаке имамо да је $2\pi + 2\pi H = 3\pi + \sqrt{3}\pi s_k$. После деобе са π једначина постаје $2 + 2H = 3 + \sqrt{3}s_k$ коју можемо написати у облику $2H - 1 = \sqrt{3}s_k$. Квадрирањем и леве и десне стране једначине добијамо $4H^2 - 4H + 1 = 3s_k^2$. Пошто је $s_k^2 = r_k^2 + H^2$ последња једначина добија облик $4H^2 - 4H + 1 = 3(r_k^2 + H^2)$, односно $4H^2 - 4H + 1 = 3(3 + H^2)$ која је еквивалентна једначини $H^2 - 4H + 1 = 9$. Додавањем броја 3 на обе стране једначине, па записивањем леве стране једначине у облику квадрата бинома добијамо једначину $(H - 2)^2 = 12$ из које следи да је $H = 2 + 2\sqrt{3}$ или $H = 2 - 2\sqrt{3}$. Како је друго решење негативно закључујемо да је висина оба тела $H = (2 + 2\sqrt{3})cm$, односно $H = 2(1 + \sqrt{3})cm$.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. $B = \left\{\frac{1}{2},\ 1,\ \frac{5}{2},\ 4,\ \frac{9}{2}\right\}$ $\left[B = \left\{-4,\ -\frac{1}{2},\ \frac{1}{2},\ \frac{5}{2},\ 5\right\}\right]$.

2. $(x, y) = (4{,}2; 8{,}1)$ $[(x, y) = (-1{,}6; -0{,}2)]$.

3. Решавањем једначине $2x + 5y = 53$ и избором што већег y долазимо до решења да је број новчаница од 2 динара 4, а број новчаница од 5 динара је 9 што значи да је укупан број новчаница 13.
[Решавањем једначине $2x + 5y = 37$ и избором што мањег y долазимо до решења да је број новчаница од 2 динара 16, а број новчаница од 5 динара је 1 што значи да је укупан број новчаница 17.]

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. $P_{op} = 240\text{cm}^2$ [$P_{op} = 216\text{cm}^2$].

2. $V = 108\pi\sqrt{2}\text{cm}^3$ [$V = 216\pi\sqrt{3}\text{cm}^3$].

3. $P = 12\pi(2 + 3\sqrt{3})\text{cm}^2$ [$V = 360\pi\text{cm}^3$].

4. Странице правоугаоника су 6cm и $6\sqrt{3}$cm. Тело које настаје је ваљак чији је полупречник $3\sqrt{3}$cm и висина 6cm. Запремина насталог тела је $V = 162\pi\text{cm}^3$.
[Странице правоугаоника су 12cm и $4\sqrt{3}$cm. Тело које настаје је ваљак чији је полупречник $2\sqrt{3}$cm и висина 12cm. Запремина насталог тела је $V = 144\pi\text{cm}^3$.]

КОНТРОЛНА ВЕЖБА

1. $V = 320\pi\text{cm}^3$ [$P = 324\pi\text{cm}^2$].

2. $V = 100\pi\text{cm}^3$ [$M = 60\pi\text{cm}^2$].

3. $P = 200\pi\text{cm}^2$ [$P = 216\pi\text{cm}^2$].

4. $P = 108\pi\text{cm}^2$, $V = 72\pi\sqrt{3}\text{cm}^3$ [$P = 324\pi\text{cm}^2$, $V = 648\pi\text{cm}^3$].

ЧЕТВРТИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. $(x, y) = (2, 3)$ [$(x, y) = (3, 4)$].

2. Тражени бројеви су 20 и 15 [Тражени бројеви су 25 и 20].

3. $P = 378\pi\text{cm}^2$, $V = 972\pi\text{cm}^3$ [$P = 768\pi\text{cm}^2$, $V = 2880\pi\text{cm}^3$].

4. $V = 392\pi\text{cm}^3$ [$V = 320\pi\text{cm}^2$].

5. $P = 48\pi\text{cm}^2$, $V = 32\pi\sqrt{3}\text{cm}^3$ [$P = 288\pi\text{cm}^2$, $V = 576\pi\sqrt{2}\text{cm}^3$].