МАТЕМАТИЧКИ ЛИСТ 2015/16. бр. L-5

РЕЗУЛТАТИ, УПУТСТВА ИЛИ РЕШЕЊА ЗАДАТАКА ИЗ РУБРИКЕ ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

III разред

1. а) 23, 83, 238, 283, 302, 382, 820.
б) Бројеви треће стотине су 238 и 283.
в) Бројеви већи од 280 су 283, 302, 382 и 820.
г) То су бројеви 23, 83, 238 и 283.

2. а) $250 + 25 = 275$; б) $480 + 40 = 520$; в) $375 - 50 = 325$; г) $500 - 150 = 350$;
д) $200 \cdot 5 = 1000$; ђ) $125 \cdot 2 = 250$; е) $700 : 2 = 350$; ф) $840 : 4 = 210$.

3. а) 1m = 10dm; б) 1000g = 1kg; в) 1l = 100cl; г) пола сата = 30min.

4. а) Број 91 се римским цифрама записује XCI.
б) Број CDLXVI се арапским цифрама записује 466.

5.

+	50	230	324
200	250	430	524
450	500	680	774
676	726	906	1000

·	2	5	10
18	36	90	180
20	40	100	200
25	50	125	250

6. а) 4m = 40dm < 42dm; б) 5dm 6mm = 506mm = 506mm;
в) 1kg = 1000g > 999g; г) пола литре = 50cl < 33cl.

7. а) За 1 час и 45 минута би било 10 часова и 60 минута. Како је 60 минута = 1 час, то ће за 1 час и 45 минута бити 11 часова.
б) Пре пола сата, тј. пре 30 минута је било 8 часова и 45 минута.

8. а) $O = 4 \cdot a$; $O = 4 \cdot 50\text{cm}$; $O = 200\text{cm} = 2\text{m}$;
б) $O = 2 \cdot a + 2 \cdot b$; $O = 2 \cdot 70\text{cm} + 2 \cdot 25\text{cm}$; $O = 140\text{cm} + 50\text{cm}$; $O = 190\text{cm} < 200\text{cm}$;
в) $O = a + 2 \cdot b$; $O = 55\text{cm} + 2 \cdot 80\text{cm}$; $O = 55\text{cm} + 160\text{cm}$; $O = 215\text{cm} > 200\text{cm}$.
Дакле, фигура под б) има обим мањи од 2m.

9. а) $x + 123 = 370$; $x = 370 - 123$; $x = 247$;
б) $3 \cdot x = 312$; $x = 312 : 3$; $x = 104$;
в) $x : 5 = 200$; $x = 200 \cdot 5$; $x = 1000$;
г) $500 - x = 250$; $x = 500 - 250$; $x = 250$.

10. а) $900 : 2 = 450$; б) $150 : 5 = 30$; в) $182 : 7 = 26$.

11. 1) $(360 - 288) : 9 - 7 = 72 : 9 - 7 = 8 - 7 = 1$;
2) $(360 - 288) : (9 - 7) = 72 : 2 = 36$;
3) $360 - 288 : 9 - 7 = 360 - 32 - 7 = 328 - 7 = 321$;
4) $360 - 288 : (9 - 7) = 360 - 288 : 2 = 360 - 144 = 216$.

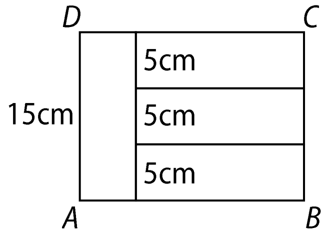
12. а) Уместо слова *a* могу стајати цифре 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6.
б) Уместо слова *b* могу стајати цифре 0, 1, 2, 3 и 4.
в) Уместо слова *c* могу стајати цифре 3, 4, 5 и 6.

13. Ако за 3 сата аутомобил пређе 255km, за 1 час прелази 255km : 3 = 85km. Тада ће за 5 часова прећи $85\text{km} \cdot 5 = 425\text{km}$.

14. $(x - 200) + (y - 200) = 500 - 200 - 200 = 100$;

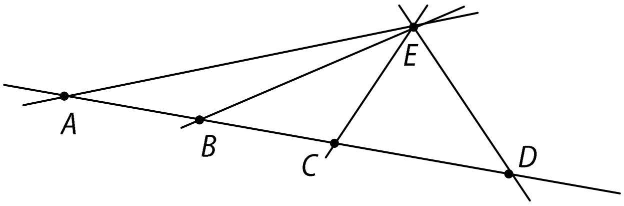
$2 \cdot (y + x) = 2 \cdot 500 = 1000;$
$(x + y - 250) : 5 = (500 - 250) : 5 = 250 : 5 = 50;$
$(x + 35) + (y - 35) = x + y = 500.$

15. Ако је краћа страница мањег правоугаоника 5cm, анализом слике можемо закључити да је дужа страница 3 пута дужа, тј. 15cm.



Са слике видимо да је једна страница правоугаоника *ABCD* 20cm, а друга 15cm, те је обим правоугаоника ABCD: $O = 2 \cdot 20\text{cm} + 2 \cdot 15\text{cm} = 40\text{cm} + 30\text{cm} = 70\text{cm}$.

16. Дате тачке одређују 5 правих $p(E, A)$, $p(E, B)$, $p(E, C)$, $p(E, D)$ и $p(A, B)$ и 10 дужи *AB*, *AC*, *AD*, *BC*, *BD*, *CD*, *EA*, *EB*, *EC* и *ED*.



17. Четвртина броја 500 је 500 : 4 = 125, а то је петина броја 5 · 125 = 625. Дакле, тачан одговор је под в).

18. Десетина броја 480 је 480 : 10 = 48, а осмина броја 480 је 480 : 8 = 60, те је њихов збир 48 + 60 = 108. Број 108 је за 8 већи од броја 100. Дакле, тачан одговор је под б).

IV разред

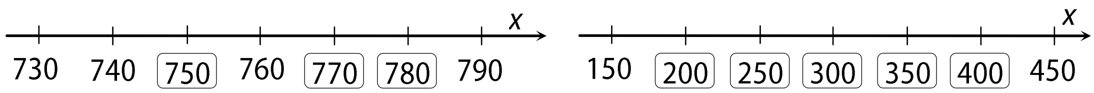
1. а) 2016; б) 1800; в) 2016; г) 32.

2. а) $x = 825$; б) $x = 273$; в) $x = 126$; г) $x = 2016$.

3. а) $P = 225\text{cm}^2$; б) $O = 400\text{cm}$.

4. а) 123; б) 369; в) $(15 : 5) \cdot 3 = 9$.

5.



6. а) 280.

7. б) 17.

8. У стакленој посуди је остало 1900 ml (19dl) лимунаде.
3000ml – (2 · 250ml + 3 · 200ml) = 1900ml = 19dl.

9. Дужина друге странице је 70cm или 7dm, значи тачни одговори су б) и г). Површина тог правоугаоника је 21dm^2 или 2100cm^2, значи тачни одговори су а) и в).

10. Тачан одговор је а) 382cm^2.

$$a = x,\ \ b = x + 1,\ \ c = x + 2;$$
$$4a + 4b + 4c = 96;$$
$$4 \cdot (x + x + 1 + x + 2) = 96;$$
$$x = 7,\ \ a = 7\text{cm},\ \ b = 8\text{cm},\ \ c = 9\text{cm},\ \ P = 382\text{cm}^2.$$

11. Цео број је 72, његова четвртина је 18.

12. г) Разлика ће бити 5967.
Ако се умањилац повећа за 2017, разлика ће се смањити за 2017. Ако се умањеник умањи за 2016, разлика ће се смањити за 2016. Значи, разлика се укупно смањује за 2017 + 2016.

$$10000 - (2017 + 2016) = 10000 - 4033 = 5967.$$

13. Милош је потрошио 420 динара, а Милица је потрошила 300 динара. Милица је купила две свеске мање од Милоша, а остало јој је 120 динара више. Значи да је цена једне свеске 60 динара. Милош је за 7 свезака платио 420 динара ($7 \cdot 60 = 420$), а Милица је за 5 свезака платила 300 динара ($5 \cdot 60 = 300$).

14. Већи број је 1344, а мањи број је 672.

Већи број се може означити словом B, а мањи број словом M. Тада је $\frac{1}{6}B = \frac{1}{3}M = x$. Значи да је $B = 6x$, а $M = 3x$. Збир тих бројева је 2016, па је $B + M = 2016$, $9x = 2016$, $x = 2016 : 9$, $x = 224$. Тада је $B = 6 \cdot 224 = 1344$, а $M = 3 \cdot 224 = 672$.

12. 15. Тачан је одговор б) $x < 74$.

$$(9 + 8 \cdot 7 - 6) \cdot 5 > 4x - 3 : (2 + 1);$$
$$59 \cdot 5 > 4x - 3 : 3;$$
$$295 > 4x - 1;$$

$$4x - 1 < 295;$$
$$4x < 296;$$
$$x < 296 : 4;$$
$$x < 74.$$

16. Сваки молер је требало да окречи $312m^2$ зида.
Површина зграде коју треба да окречи сваки молер (број m^2) може се обележити словом x. Тада је:

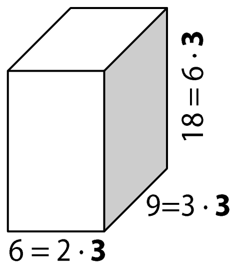
$$x \cdot 35 = (x - 52) \cdot 42;$$
$$35x = 42x - 42 \cdot 52;$$
$$35x = 42x - 2187;$$
$$42x - 35x = 2187;$$
$$7x = 2187;$$
$$x = 2187 : 7;$$
$$x = 312.$$

17. в) 120cm.
Површина квадра је $900cm^2$. Површина коцке је $(900cm^2 : 3) \cdot 2 = 600cm^2$. Дужина једне ивице коцке је 10cm, а збир дужина свих ивица је $12 \cdot 10cm = 120cm$.

18. Дати квадар се може разрезати на најмање 36 подударних коцки. Површина једне коцке је $54cm^2$. Да би број коцки био што мањи, коцке треба да су што веће. Значи да треба пронаћи што већи број којим могу да се поделе димензије квадра. Највећи број којим могу да се поделе бројеви 6, 9 и 18 је број 3.

$$6 = \mathbf{2} \cdot 3,\ \ 9 = \mathbf{3} \cdot 3,\ \ 18 = \mathbf{6} \cdot 3.$$

Значи ивица коцке је 3cm. Површина једне коцке је $P = 6 \cdot 3^2$, $P = 54cm^2$.
Квадар чије су димензије 6cm, 9cm и 18cm може да се исече на коцке чије су ивице 3cm, тако да буде 6 слојева са по 6 коцкица $(2 \cdot 3)$, или 2 слоја са по18 коцкица $(3 \cdot 6)$, или 3 слоја са по 12 коцкица $(2 \cdot 6)$. У сваком од тих случајева добије се 36 коцкица. Укупан број коцкица је $2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$.



V разред

1. б), в), ђ).

2. г).

3. а).

4. в).

5. б).

6. б).

7. г) $1\frac{1}{4}+\frac{3}{5}+\frac{3}{8}=\frac{50}{40}+\frac{24}{40}+\frac{15}{40}=\frac{89}{40}=2\frac{9}{40}$.

8. в). Тачка *E* припада симетрали *s* дужи *AB* што значи да је једнако удаљена од крајњих тачака дужи *AB*.

9. в). Упутство. Дужина странице квадрата је 6,4 : 4 = 1,6cm.

10. г).

11. б).

12. а).

13. в). Упутство. Један од суплементних углова рачунамо из једначине $\frac{3}{5}\beta+\beta=180°$, односно $\frac{8}{5}\beta=180°$.

14. в).

15. в). Упутство. Чланови низа су: $2\frac{1}{4},\ \frac{3}{4},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{12}$.

16. $\measuredangle aOe=100°$, $\measuredangle bOf=93°$, $\measuredangle gOe=19°$ и $\measuredangle dOg=62°$.

17. Обим црвене фигуре је 79,8cm. Обим плаве фигуре је 125,4cm.

18.

★ $\frac{1}{2}$, ✸ $\frac{4}{3}$, ◆ 4, ♥ $\frac{9}{8}$, ■ $\frac{1}{3}$, ▲ 1.

У другом реду број који се налази испод ★ се добија тако што се $\frac{1}{16}$ подели производом $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$. Испод ★ налази се број $\frac{1}{2}$. У другој колони тражимо број испод ■, а у четвртој колони број ◆, итд.

VI разред

1. а) –7; б) –15; в) –60; г) –3.

2. а) –6; б) 10,8; в) –24; г) 1,2.

3. $\alpha = 35°, \beta = 35°, \gamma = 110°, \alpha_1 = 145°, \beta_1 = 145°, \gamma_1 = 70°$.

4. Нова цена чоколаде ће бити б) 144 динара.

5. $x = -2{,}4;\ y = -\frac{6}{11},\ z = -\frac{10}{21}$. Дакле, $x < y < z$.

6. Соли на почетку има $0{,}4l$, а воде $1{,}6l$. Када испари 25% воде значи да остаје раствор у коме је $1{,}2l$ воде и $0{,}4l$ соли. Дакле, у новом раствору је $\frac{1}{4}$ соли, односно 25%.

7. а) После сређивања неједначина је $|x| > -10$. Сваки рационалан број је решење ове неједначине.
б) После сређивања неједначина је $|x| < -0{,}7$. Како за сваки рационалан број x важи да је $|x| \geq 0$ то ова неједначина нема решења.

8. Површина тог троугла је г) 16cm^2.

9. Страница квадрата је 8cm. После повећања за 10% страница квадрата ће бити 8,8cm, а површина ће бити $77{,}44\text{cm}^2$. Дакле, површина се повећала за $13{,}44\text{cm}^2$. Тада је $13{,}44 = \frac{x}{100} \cdot 64$, па је $x = 21$. То значи да се површина се повећала за 21%.

10. Потребно је 160 плочица.

11. $x \in \{-8, -4, -2, 2\}$.

12. $\alpha + \beta + \alpha + \gamma = 240°, \alpha = 60°, \beta = 72°, \gamma = 48°, c < a < b, h_b < h_a < h_c$.

13. $16\frac{2}{3}\%$.

14. Површина тог четвороугла је 100cm^2.

15. Ова неједначина у скупу целих бројева има г) 40 решења.

16. Површина паралелограма је 40cm^2.

17. Време путовања на том путу се смањи за г) 20%.

18. Тачка М је в) тежиште.

VII разред

1. в).

2. г).

3. г).

4. г).

5. а).

6. в).

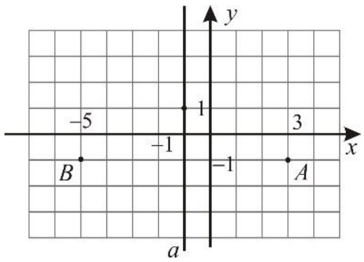
7. Обим троугла *ABC* је $O = 48\text{cm}$.

8. в).

9. б).

10. в). Упутство. Шестоугао *GHMNPQ* је правилан. Његова страница је једнака половини мале дијагонале шестоугла *ABCDEF*, на пример дуж *MN* је средња линија троугла *CDE*, $MN = CE : 2$. Ако је a страница шестоугла *ABCDEF* и a_1 страница шестоугла *GHMNPQ* онда је $a_1 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

11. в).

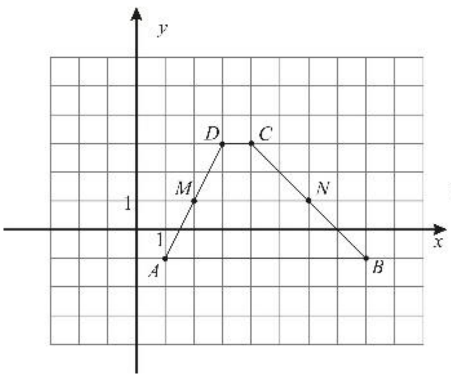


12. в). Упутство.Половина, односно $\frac{3}{6}$ мешавине чини грашак.

13. г). Упутство. Ако се обим круга повећа за 20% онда се и полупречник r тог круга повећа за 20%, односно полупречник новог круга је $r_1 = 1{,}2r$.

14. Странице правоугаоника су: $a = 10\sqrt{3}$ cm, $b = 10\text{cm}$.

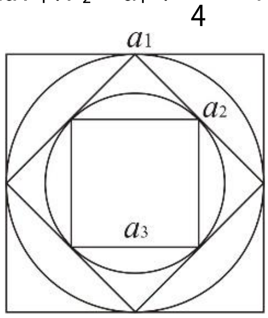
15. а) $C(4,3)$, $D(3,3)$; б) 4cm^2.



16. г). За n страница многоугла број дијагонала је $D_n = \frac{n(n-3)}{2}$ што значи да је $\frac{n(n-3)}{2} = 104$, односно $n(n-3) = 208$. Растављањем броја 208 на чиниоце добијамо да је $n = 16$.

17. а) <; б) <; в) >; г) >.
Упутство. а) $10^{20} < 10^{100}$; б) $2^{63} < 2^{72}$; в) $3^{46} > 3^{45}$; г) $(3^5)^9 > (5^3)^9$.

18. в). Квадрат чија је страница a_2 је уписан у круг пречника a_1 што значи да је $a_2 = \frac{a_1\sqrt{2}}{2}$. Квадрат чија је страница a_3 је уписан у круг пречника a_2 што значи да је $a_3 = \frac{a_2\sqrt{2}}{2}$ односно $a_3 = \frac{\frac{a_1\sqrt{2}}{2}\sqrt{2}}{2} = \frac{a_1}{2}$. Однос површина $P_1 : P_2 = a_1^2 : \frac{a_1^2}{4} = 4 : 1$.



VIII разред

1. $a = -1$, $b = -6$. Из тога следи да је $a - b = 5$. Тачан одговор је под г).

2. $x \geq -2$.

3. Замењујући координате датих тачака у функцији закључујемо да тачка B припада графику функције, па је тачан одговор под б).

4. Површина дате коцке је $6 \cdot 10^2 cm^2 = 600cm^2$. Свака од добијених „плоча" има површину $(2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 \cdot 2)cm^2 = 280cm^2$. Укупна површина свих пет „плоча" је $1400cm^2$ и већа је за $800cm^2$ од површине дате коцке.
Напомена. Задатак има и елегантније решење. Покушај да га пронађеш.

5. Површина која фарба на молерском ваљку је уствари површина омотача правог ваљка чији је полупречник 6cm и висина 12cm. При једном обртају ваљак прекрије површину $2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 12cm^2 = 432cm^2$, а при 20 обртаја $8640cm^2$. Тачан одговор је под а).

6. После решавања система добијамо да је $x = \frac{1}{6}$ и $y = -\frac{1}{9}$, па је $x - y = \frac{5}{18}$. Тачан одговор је под а).

7. Замењујући координате тачке A у функцији $ax + by = 5$ добијамо да је $2a - 3b = 5$. Замењујући координате тачке B у функцији $ax + by = 5$ добијамо да је $a + b = 5$. Израз $a + b$ има вредност 5. Тачан одговор је под г).

8. Нека је висина купе H. Према условима задатка изводница купе је $H + 1$. Како је угао између изводнице и висине 60° то је изводница купе два пута дужа од висине па важи: $H + 1 = 2H$, односно $H = 1cm$, а изводница купе је $s = 2cm$. Применом Питагорине теореме добијамо да је $r = \sqrt{3}cm.$ Запремина купе је $V = \frac{1}{3}\sqrt{3}^2\pi \cdot 1 = \pi.$ Тачан одговор је под а).

9. Из површине лопте добијамо полупречник лопте: $4r^2\pi = 12\pi$, $r = \sqrt{3}cm,$ па је

$$V = \frac{4}{3}\sqrt{3}^3\pi = \frac{4}{3}\sqrt{3}^2\sqrt{3}\pi = 4\pi\sqrt{3}cm^3.$$

Тачан одговор је под г).

10. Ивицу коцке израчунавамо коришћењем формуле за дијагоналу коцке $12 = a\sqrt{3}$, па је $a = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}cm.$ Запремина коцке је $V = a^3 = a^2 \cdot a = (4\sqrt{3})^2 \cdot 4\sqrt{3} = 16 \cdot 3 \cdot 4\sqrt{3}$ $= 192\sqrt{3}cm^3.$ Тачан одговор је под г).

11. Површина основе пирамиде нам омогућава да одредимо основну ивицу пирамиде: $6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 48\sqrt{3},$ па је $a = 4\sqrt{2}cm.$ Из омотача одређујемо да је висина бочне стране $h = 2\sqrt{2}cm.$ Тачан одговор је под в).

12. Основна ивица пирамиде је $a = 6\sqrt{3}cm,$ а полупречник уписаног круга је $r = 9cm$. Из површине већег дијагоналног пресека добијамо висину пирамиде $H = 12cm$, а применом Питагорине теореме добијамо висину бочне стране h = 15cm. Површина омотача је $270\sqrt{3}\text{cm}^2$. Тачан одговор је под б).

13. Проценат броја добрих ученика у односу на укупан број је 100 – (44 + 27 + 18) = 11. Из једначине $\frac{11}{100}\cdot x = 187$ је број ученика школе x = 18700 : 11 = 1700. Просечну оцену не мању од 3,5 имају сви одлични и сви врлодобри и њихов проценат је 71. Рачунамо: $\frac{71}{100}\cdot 1700 = 1207$. Тачан одговор је под б).

14. Паралелни графици функција $y = k_1x + n_1$ и $y = k_2x + n_2$ ($k_1 = k_2$ услов паралелности) неће се поклапати ако је $n_1 \neq n_2$. Први услов је испуњен када је $\frac{1-k}{3} = \frac{-5}{k+1}$, односно ако је k = 4 или k = –4. За k = 4 одсечци $n_1 = n_2 = -\frac{5}{2}$ су једнаки па се графици поклапају. За k = –4 одсечци су $n_1 = \frac{5}{6}$ и $n_2 = \frac{3}{2}$, па је $n_1 \neq n_2$ и значи да су графици паралелни али се не поклапају. Тачан одговор је под а).

15. Полупречник уписаног круга у основи је половина апотеме, па је $\frac{a}{2} = 3\text{cm}$ одакле је a = 6cm. Површина пирамиде је P = $6^2 + 2 \cdot 6 \cdot 6 = 36 + 72 = 108$. Тачан одговор је под в).

16. Код равностраног ваљка је висина једнака пречнику ваљка $H = 2r$. Омотач ваљка је $M = 4r^2\pi$ па је $12\pi = 4r^2\pi$, одакле је $r = \sqrt{3}\text{cm}$. Површина ваљка је $P = 18\pi\text{cm}^2$. Запремина ваљка је $V = 6\sqrt{3}\text{cm}^3$.

17. Графици се међусобно секу тачки $C(2, 3)$, а апсцисну осу секу у тачкама $A(-1, 0)$ и $B(0, 5)$. Површина троугла ABC је $\frac{6\cdot 3}{2} = 9$. Онај део те површи који има облик четвороугла је у првом квадранту, а правоугли троугао чије су катете 1 је у другом квадранту. Тражена површина је разлика површине троугла ABC и површине оног дела троугла ABC који је у другом квадранту: 9 – 0,5 = 8,5. Тачан одговор је под а).

18. Дијагонала AC правоугаоника $ABCD$ има дужину $5\sqrt{5}\text{cm}$ (примени Питагорину теорему). Троугао AMB је правоугли (угао AMB је периферијски угао кружнице k над пречником AB). Дуж MB је висина која одговара хипотенузи правоуглог троугла ABC па је површина тог троугла $P = \frac{5\sqrt{5}\cdot h}{2}$. С друге стране површина истог троугла је $P = \frac{10\cdot 5}{2} = 25\text{cm}^2$. Из једначине $\frac{5\sqrt{5}\cdot h}{2} =$ 25, добијамо да је $h = 2\sqrt{5}\text{cm}$. Из правоуглог троугла AMB имамо да је $AM = 4\sqrt{5}\text{cm}$, а из правоуглог троугла DMB добијамо да је $DM = \sqrt{5}\text{cm}$. Тражени однос је 4 : 1. Тачан одговор је под г).